माध्यमिक पाठ्यक्रम

211 - गणित

प्रयोगशाळा कृति पुस्तिका

अभ्यासक्रम सहनिर्देशक
– नीरज प्रतापसिंग

विद्याधनम् सर्वधनं प्रधानम्

राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयी शिक्षा संस्थान
ए-२४-२५. इंस्टीटयूशनल एरिया, सेक्टर-६२, नोएडा-२०१ ३०९ (उ.प्र.)
Website: www.nios.ac.in, Toll Free No. 18001809393

एनआईओएस वाटरमार्क 80 जीएसएम पेपर पर मुद्रित।

मुद्रण : दिसंबर, 2013 (2,000 प्रतियाँ)

सचिव, राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयी शिक्षा संस्थान, ए–24–25, इंस्टीट्यूशनल एरिया, सेक्टर–62, नोएडा–201309 द्वारा प्रकाशित एवं मैसर्स अरावली प्रिन्टर्स एण्ड पब्लिशर्स, (प्रा.) लि., डब्ल्यू–30, ओखला इंडस्ट्रियल एरिया, फेस–II, नई दिल्ली–110020 द्वारा मुद्रित

राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयीन शिक्षण संस्था ः सल्लागार समिती

डॉ. सितांशु स. जेना	डॉ. कुलदीप अगरवाल	श्रीमती गोपा विश्वास
चेअरमन	निर्देशक (शैक्षणिक)	सह.संचालक (शैक्षणिक)
रा.मु.शा.सं., नवीन दिल्ली	रा.मु.शा.सं., नवीन दिल्ली	रा.मु.शा.सं., नवीन दिल्ली

अभ्यासक्रम समिती

अध्यक्ष

प्रा. मोहनलाल
चिटणीस DAV Collage संचालक मंडळ,
E १८२ न्यू राजेंद्रनगर, नवी दिल्ली ११००६०

श्री. जी. डी. धाल प्रपाठक (निवृत्त) NCERT, K-१७१ LIC कॉलनी, पश्चिम विहारम नवी दिल्ली ११००८७	**श्री. जं. सी. निजवान** उपप्राचार्य (निवृत्त) सर्वोदय विद्यालय सी-ब्लॉक, सरस्वती विहार नवी दिल्ली ११००८७	**प्रा. रामअवतार** (निवृत्त) NCERT ५३३, सेक्टर ७, अर्बन इस्टेट गुरगाव, हरयाना, १२२००१
श्री. पी. के.गर्ग निवृत्त प्राचार्य रामजस स्कूल १६९, पुंडरिक विहार, सरस्वती विहार, नवी दिल्ली ११००३४	**श्री. महेंद्र शंकर** अधिव्याख्याता (निवृत्त) निवड श्रेणी NCERT डी.पी.-२०३ मौर्य एनक्लोव्ह, पिटमगपुरा, नवी दिल्ली ११००८८	**श्री. ईश्वरचंद्र** प्रपाठक (निवृत्त) NCERT घर नं. WZ १४२७०, नांगल राया नवी दिल्ली ११००४६
श्री. सुवेंदू शेखर दास उपसंचालक (शैक्षणिक) एन.आय.ओ.एस्. नोएडा २०१३०९	**श्री. नीरज प्रतापसिंग** वरिष्ठ प्रशासकीय अधिकारी (गणित) एन.आय.ओ.एस्.नोईडा २०१३०९	

पाठलेखक

श्री. जी. डी. धाल	श्री. जं. सी. निजवान	श्री. ईश्वरचंद्र	प्रा. एस. के एस. गौतम
प्रपाठक (निवृत्त) NCERT, K-१७१ LIC कॉलनी, पश्चिम विहार, नवी दिल्ली ११००८७	उपप्राचार्य (निवृत्त) सर्वोदय विद्यालय, सी-ब्लॉक, सरस्वती विहार, नवी दिल्ली ११००८७	प्रपाठक (निवृत्त) NCERT, घर नं. WZ १४२७०, नांगलराया, नवी दिल्ली ११००४६	प्राध्यापक (निवृत्त) NCERT, मयूर विहार -फेज नवी दिल्ली ११००९१

अभ्यासक्रम संपादक

प्रा. मोहनलाल	श्री. पी. के गर्ग	डॉ. राजपाल सिंग	डॉ. आय. के. बंसल
चिटणीस DAV College संचालक मंडळ, विद्या., ई-१८२ न्यू राजेंद्रनगर, नवी दिल्ली ६०	निवृत्त प्राचार्य, रामजस स्कूल, १६९, पुंडरिक विहार, सरस्वती विहार नवी दिल्ली ११००३४	व्याख्याता,गणित,राजकीय प्रतिभा विकास विद्या.२१८ मैत्री अपार्ट आय.पी. एक्सटेंशन, पतपारगंज, नवी दिल्ली ९२	प्राध्यापक, विभागप्रमुख नि. NCERT, प्राथ. शिक्षण खाते सेक्टर-३, रोहिणी, नवी दिल्ली ८५
डॉ. के. के. वशिष्ठ प्राध्यापक (निवृत्त) NCERT, १५/१०-७ HIG डुप्लेक्स वसुंधरा, गाहियावाद, उत्तर प्रदेश	**डॉ. के. एम्. गुप्ता** प्राध्यापक (निवृत्त) १५/१०७ आशिर्वाद, सी-२९ सुलतानपूर कॉलनी, नवी दिल्ली ११००३०	**श्री. सुवेंदू शेखर दास** उपसंचालक (शैक्षणिक) राष्ट्रीय मुक्त विद्यापीठ, नोईडा ०९	**श्री. नीरंज प्रतापसिंग** वरिष्ठ प्रशासकीय अधि.,गणित राष्ट्रीय मुक्त विद्यापीठ, नोईडा ०९

मराठी भाषांतर

श्री. अ. गं. कडेकर	श्री. गो. वि. खजुरे	श्री. रा. वा. टेके	लेसर टाईपसेट
समन्वयक, विज्ञान आणि तंत्रज्ञान एस.एस.सी. बोर्ड, पुणे	समन्वयक गणित विषय – एस.एस.सी. वोर्ड, पुणे	माजी उपप्राचार्य, ने. मु. वोख, उच्च माध्यमिक विद्यालय, पुणे - ६	वेदिका एन्टरप्रायजेस पुणे - ४३

रेखा कलाकार - श्री. महेश शर्मा, रा.मु.शा.सं. नवीन दिल्ली

अध्यक्षांचा संदेश

प्रिय विद्यार्थ्यांनो,

आपणास माहित असेलच की समाजाच्या तसेच समाजातील काही विशिष्ठ घटकांच्या गरजा ह्या कालपरत्वे बदलत असतात. आणि ह्या सामाजिक गरजा पूर्ण करण्यासाठी त्यासाठी योजावयाच्या पद्धती व तंत्रे ही काळानुरूप बदलने गरजेचे असते. शिक्षण हे तर बदलाचे प्रमुख साधन. योग्य वेळी शिक्षणात घडवून आणलेला योग्य बदल हा समाजामध्ये सकारात्मकता आणतो. हा दृष्टिकोन येणाऱ्या आव्हानांना तसेच कठीण परिस्थितीला तोंड देण्याचे धाडस देतो. हे सर्व परिणामकारकपणे ठराविक अंतराने अभ्यासक्रम बदलून साध्य केले जाऊ शकते. स्थिर अभ्यासक्रम हा फक्त शिक्षणाचे एक मानवी साधन म्हणूनच कार्य करतो. समजा जर आपण एका भांड्यामध्ये पाणी भरले व ते भांडे पाणी न बदलता तसेच दीर्घ काळ ठेवले तर काही काळाने ते पाणी पिण्यास अयोग्य बनते. एवढेच नव्हे तर त्या पाण्याचा दुर्गंध सगळीकडे पसरायला लागतो आणि म्हणूनच अभ्यासक्रम बदलणे ही या पाण्याप्रमाणे काळानुरूप गरजेचे असते.

पाठयपुस्तकातील घटक तयार करणे हा नवीन अभ्यासक्रमाचा सर्वात प्रमुख व महत्वाचा घटक असतो की ज्या द्वारे त्या विषयाची ध्येये व उद्दिष्टे साध्य केली जावू शकतात. तसेच याद्वारे आपणास जुन्या व पारंपारिक पद्धती (की ज्या आता कालबाह्य झालेल्या आहेत) बदलून नवनवीन तंत्रे शिकता येतात.

आणि हाच हेतु मनात धरून देशभरातील सर्व शिक्षणतज्ञ हे ठराविक कालाने एकत्र येत असतात व अपेक्षित व गरजेचे असणारे बदल सुचवत असतात. याचाच परिपाक म्हणुन राष्ट्रीय अभ्यासक्रम आकृतीबंध (National Curriculam Framework (NCF)) अस्तीत्वात आला. यामध्ये राष्ट्रीय अभ्यासक्रमामध्ये शिक्षणाच्या वेगवेगळया पातळयावर म्हणजेच प्राथमिक, पूर्व प्राथमिक, माध्यमिक, उच्च माध्यमिक स्तरावर अपेक्षित असणारे बदल सुचविलेले आहेत.

हाच आकृतीबंध मनात धरून तसेच देशाच्या व समाजाच्या गरजा लक्षात घेवून आम्ही माध्यमिक शिक्षणाचा अभ्यासक्रम अद्ययावत केला आहे. तो गरजांना व काळाला अनुसरून आहे.

हा अभ्यासक्रम तयार करताना तो अतिशय रंजक व आकर्षक असावा, ही काळजी घेण्यात आली आहे .

डॉ. एस.एस.जेना

अध्यक्ष (एनआयओएस)

संचालकांचा अभिप्राय

प्रिय विद्यार्थ्यानों,

तुमच्या आवश्यकतेनुसार व गरजेप्रमाणे नवीन अभ्यासक्रम तयार करण्याचा प्रयत्न राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयाच्या शिक्षण विभागाने केला आहे. माध्यमिक स्तरावरील सर्व विषयांचा अभ्यासक्रम बदलण्याची जबाबदारी आम्ही नुकतीच घेतली आहे. देशातील इतर मंडळाच्या पाठ्यक्रमाशी समानता आणण्यासाठी आम्ही केंद्रीय माध्यमिक शिक्षण मंडळ (Central Board of Secondary Education) तसेच माध्यमिक शिक्षण मंडळ महाराष्ट्र, उत्तरप्रदेश, मध्यप्रदेश, गोवा, जम्मू आणि काश्मिर, पं. बंगाल इ. मंडळाशी चर्चा विनिमय केला. राष्ट्रीय शिक्षण, संशोधन व प्रशिक्षण व सल्लागार मंडळाने तयार केलेला अभ्यासक्रम प्रमाणयुक्त मानूनच राष्ट्रीय पाठ्यक्रम तयार करण्यात आला. या सर्व गोष्टींचा सर्वकष व तुलनात्मक अभ्यास केल्यानंतर असे जाणवले की आपला अभ्यासक्रम हा अधिक कार्यात्मक जीवनाशी निगडीत असणारा व सोपा होता. हा अभ्यासक्रम जास्तीत जास्त परिणामकारक व उपयोगी कसा बनवता येइल हा गहन प्रश्न होता. त्यासाठी आम्ही देशभरातील शिक्षणतज्ञ आमंत्रित करून त्याच्या मार्गदर्शनाखाली हा अभ्यासक्रम सुधारीत व अद्यायावत करून घेतला.

तुम्हाला दिल्या जाणाऱ्या अध्ययन साहित्याचाही आम्ही विचार केला आहे. जुनी, कालबाह्य माहिती काढून त्याऐवजी नवीन अद्ययावत माहिती देण्याचा प्रयत्न केला आहे. तसेच ही माहिती आकर्षक व आवाहनात्मक देण्याचाही पयत्न केला आहे.

मला अशी आशा वाटते की तुम्हाला हा अभ्यासक्रम रंजक व उत्साहवर्धक वाटेल. पुढील प्रगतीसाठी तुमच्या सर्व योग्य सूचनांचे स्वागत करू.

आपना सर्वांना माझ्याकडून आनंदी व यशस्वी आयुष्यासाठी शुभेच्छा.

(डॉ. कुलदीप अगरवाल)
संचालक (शैक्षणिक)

विद्यार्थ्यांशी हितगुज

विद्यार्थी मित्रांनो,

राष्ट्रीय मुक्त विद्यालय शिक्षण संस्थेने पाठविलेल्या गणित–भाग एक आणि गणित–भाग दोन या पुस्तकांचा अभ्यास आपण करतच असाल. गणितातील काही संबोध अमूर्त स्वरुपाचे असतात. गणित प्रयोगशाळेत केलेल्या काही कृतींद्वारा या संबोधांचे आकलन होण्यास मदत होते. मार्गदर्शकांच्या मदतीने या कृती पार पाडल्या असता विद्यार्थ्यांना गणित या विषयाची गोडी निर्माण होते. नवा दृष्टिकोन तयार होतो. विषयाकडे सकारात्मक उद्देशाने पाहिले जाते.

या सर्वांचा विचार करूनच राष्ट्रीय मुक्त विद्यालय शिक्षण संस्थेने आपल्या हातात असलेली गणित–प्रयोगशाळा कृती पुस्तिका तयार केली आहे. गणित भाग एक आणि गणित भाग दोन या पुस्तकांच्या बरोबरीने ती पुस्तिकादेखील अभ्यासावयाची आहे.

सुरवातीला या गणित पुस्तिकेची माहिती दिलेली आहे. तसेच गणित प्रयोगशाळा म्हणजे काय व गणिताच्या अभ्यासात तिचे स्थान किती महत्त्वाचे आहे, हे स्पष्ट केले आहे.

या पुस्तिकेत एकंदर ३० कृती दिलेल्या आहेत. प्रत्येक कृती कशी करावयाची, तिची निरीक्षणे कशी घ्यावयाची आणि उत्तराकडे कसे यावयाचे यासंबंधी सविस्तर माहिती दिली आहे.

पुस्तिकेमध्येच निरीक्षणांची नोंद करावयाची सोय केली आहे. परंतु आपण निरीक्षणांसाठी वेगळी वही करावी. अशी सूचना आहे. कारण या निरीक्षणांना (वहीला) प्रयोग परीक्षेच्या वेळी गुणभार दिलेला आहे.

जर कृती करताना आपणास काही अडचण आली, शंका आली तर आमच्याशी संपर्क साधा.

आपल्याला या कृती पार पाडताना संबोध स्पष्ट झाल्याचे समाधान व आनंद मिळेल, अशी आशा वाटते.

या परीक्षेत आपणास यश लाभो, ही शुभेच्छा!

आपला
नीरज प्रताप सिंग

प्रास्ताविक

गणित हा विषय कृतीशीलसुद्धा आहे, असे सध्या म्हटले जाते. गणितामधील संबोध, सिद्धता आणि सत्यता पडताळणे यासारख्या बाबी प्रत्यक्ष प्रयोगातून किंवा कृतीतून शिकल्यास त्या अतिशय चांगल्या कळतात, आणि आपल्या स्मरणात त्या दिर्घकाळ टिकतात. जेन पियाजेट या प्रख्यात मानसशास्त्रज्ञाने 'मुलांमधील संबोध तयार होण्याची प्रक्रिया'या आपल्या प्रबंधात स्पष्ट केले आहे की सर्व अव्यक्त संबोध आपण प्रत्यक्ष कृतीत आणू शकतो त्यामुळे ते लवकर लक्षात येतात आणि त्यांची स्मृती कायम राहते. उदा. दोन या संख्येचा संबोध स्पष्ट करताना आपण दोन वस्तू, उदा. दोन संत्री, दोन सफरचंदे यासारख्या दिसणाऱ्या आणि हाताळता येणाऱ्या वस्तू दाखविल्या तर तो संबोध शिकणाऱ्याला फार लवकर आणि फार चांगल्या प्रकारे कळतो.

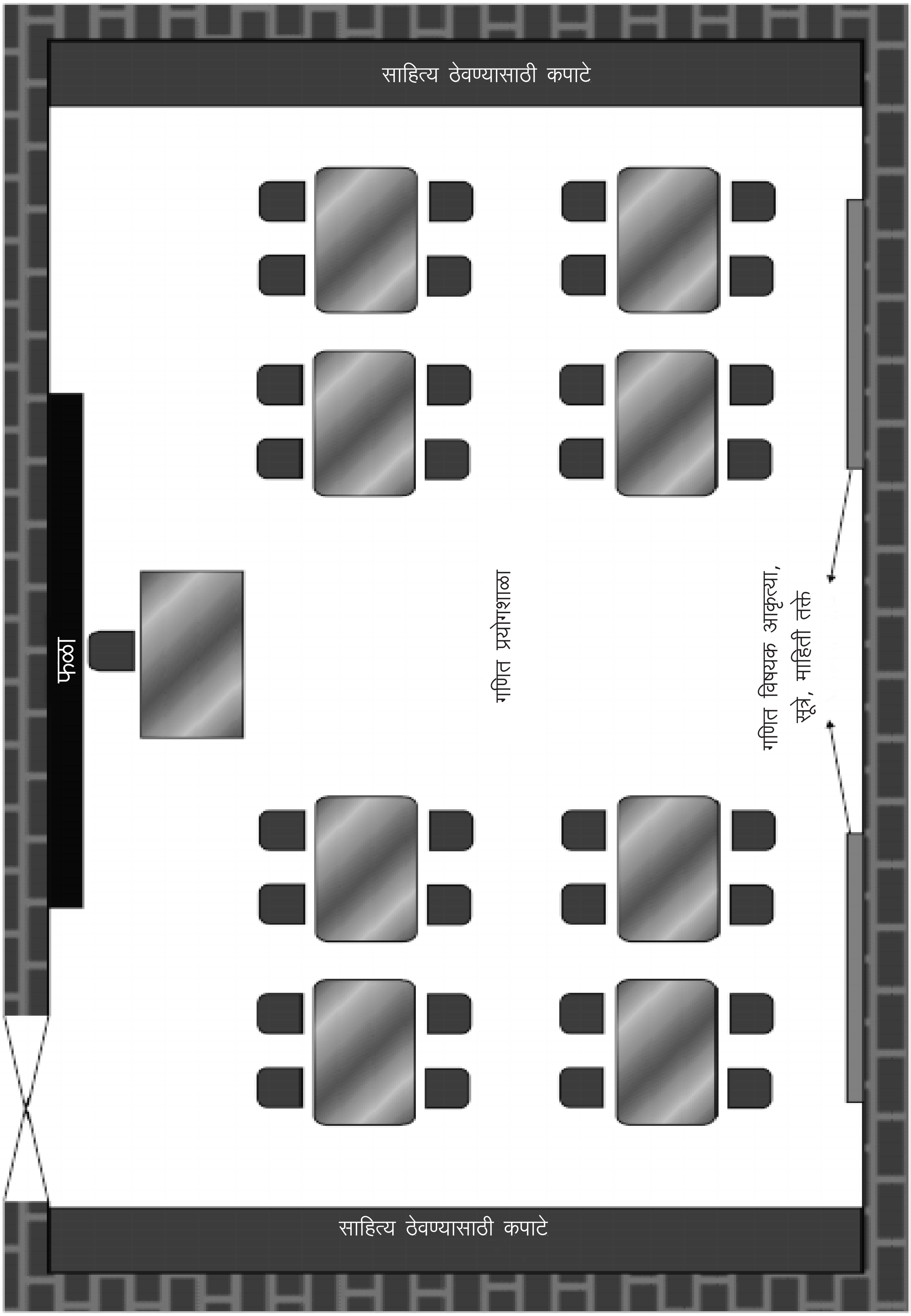
मानवी मेंदू काही विशिष्ट मर्यादेपर्यंतच माहिती साठवू शकतो. जर आपण (विद्यार्थ्यांना शिकवावयाच्या) संबोधांची पुनरावृत्ती केली, ते प्रत्यक्ष कृतीत आणले, तर ते संबोध शिकणाऱ्याच्या (विद्यार्थ्याच्या) कायम लक्षात राहतील. त्यापुढील संबोध शिकण्यासाठीसुद्धा याचा उपयोग होईल. सतत केल्या जाणाऱ्या कृतींमुळे संबोध आकलनाची क्रिया सुरळीत पार पडण्यास मदत होते.

गणित प्रयोगशाळेत विद्यार्थी सहजपणे उपलब्ध असलेले (टाकावूसुद्धा) साहित्य वापरून, गणितातील एखाद्या घटकाशी संबंधित एखादे उपकरण एखादा प्रकल्प करू शकेल. त्यावरून त्याला एखादा संबोध, सिद्धता, सूत्र याचे आकलन सहजरित्या होईल गणित प्रयोगशाळेमुळे विद्यार्थ्यांमधे गणितविषयक जागृती निर्माण होईल. त्याचे कौशल्य वाढेल. गणिताकडे तो सकारात्मक दृष्टीने पाहिल आणि सर्वात महत्त्वाचे म्हणजे कृतीतून शिकता येते, ज्ञान मिळते याचा त्याला आनंद होईल.

गणित प्रयोगशाळेत व्यवहारातील नेहमीच्या गोष्टी (पदार्थ) वापरून अव्यक्त संबोध व्यक्त स्वरुपात शिकता येतात. सूत्र त्यांचे गुणधर्म प्रत्यक्ष कृती करून आणि मापन प्रक्रिया वापरून पडताळून पाहता येतात. येथे विद्यार्थी व्यवहारातील वस्तू वापरून त्याच्या कल्पनेने तो काही प्रतिकृती तयार करतो त्यावरून सूत्रे, सिद्धता पडताळून पाहतो.

गणित प्रयोगशाळा आराखडा

एका वेळेस तीस विद्यार्थ्यांना प्रयोग करता येतील एवढी प्रयोगशाळा मोठी असावी.


साहित्य ठेवण्यासाठी कपाटे
फळा
गणित प्रयोगशाळा
गणित विषयक आकृत्या, सूत्रे, माहिती तक्ते
साहित्य ठेवण्यासाठी कपाटे

साहित्य– वेगवेगळ्या रंगाचे कागद, चकचकीत कागद, चकचकीत कागदाच्या मोजपट्ट्या, लाकडी तक्ते, खिळे, वेगवेगळ्या जाडीचा दोरा, द्विधातुक पट्टी (थर्मोकपल पीस), चौरस, आयत, त्रिकोण अशा विविध आकाराचे पुठ्ठे, टाचण्या, चिमटे, लाकडावर आणि कागदावर वापरावयाच्या मोठ्या आकाराच्या टाचण्या, कागद कापण्यासाठी चाकू, कात्री, डिंक, फेविकॉल, स्केच पेन, लाकडी कंपास पेटी (मोठ्या आकाराची) आलेख कागद (सेंमी आणि इंचामधील), वेगवेगळ्या रंगाच्या पेन्सिली, ट्रेसिंग कागद इत्यादी.

सेवक वर्ग– गणिताची माहिती असलेला प्रयोगशाळा मदतनीस असावा. त्याच्याकडे प्रयोगासाठी लागणारी वेगवेगळी उपकरणे हाताळण्याचे कौशल्य असावे. तसेच उपकरणांची दुरुस्ती करणे आणि पुढील कृतीसाठी लागणाऱ्या उपकरणांची जुळणी करून ती तयार ठेवणे, याबाबतीत तो तत्पर असावा.

कालावधी– गणित विषयासाठी नियुक्त केलेल्या वेळेपैकी 15% ते 20% वेळ प्रयोग कृतींसाठी देण्यात यावा.

मूल्यमापन पद्धती – गुण 15

गुणांची विभागणी खालीलप्रमाणे करण्यात यावी.

कृती	गुण
प्रयोग कृती/निरीक्षणे मूल्यमापन	10
तोंडी परीक्षा	5
एकूण	15

1 ही परीक्षा लेखी परीक्षेच्या किमान 15 दिवस अगोदर घेण्यात यावी.

2 प्रत्येक परीक्षार्थीला दोन कृती घ्याव्यात. त्यापैकी त्याने एकाची निवड करावी आणि कृती करावी. (परीक्षार्थीला दिलेल्या दोन्ही कृती अवघड वाटत असल्यास त्याला त्याच्या पसंतीची कृती निवडण्याची मुभा द्यावी.

3 परीक्षार्थीने केलेल्या कृतींवर/प्रकल्पावर आधारित तोंडी परीक्षा त्याच वेळी त्याच ठिकाणी घेण्यात यावी.

अनुक्रमाणिका

कृति- 1

शीर्षक ः $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ हे नित्यसमीकरण सिध्द करणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः आयत व चौरस यांचे क्षेत्रफळ

उद्दिष्टेः ही कृति केल्यानंतर विद्यार्थी $[(a+b^2)= a^2+2ab+b^2]$ हे नित्यसमीकरण सिध्द करू शकेल.

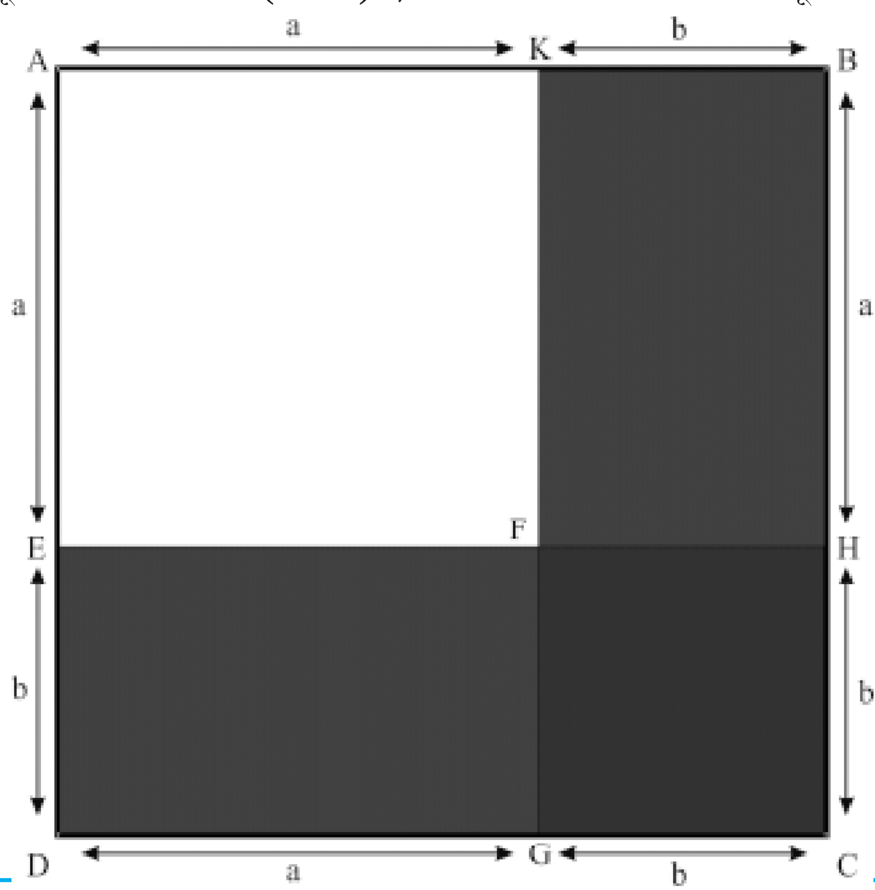
त्याचे प्रात्यक्षिक दाखवू शकेल.

साहित्यः (i) पुठ्ठा (ii) पांढरा कागद (iii) वेगवेगळया दोन रंगाचे (तांबडा, हिरवा) चकचकीत कागद (iv) कात्री (v) डिंक (vi) रंगीत बॉल पॉईट पेन्स (vii) पेन्सिल आणि भौमितीक साधने.

पूर्वतयारीः

(i) पांढ-या कागदावर (a+b) एकक माप असलेला (उदा. a=7 सेमी, b=4 सेमी) ABCD हा चौरस काढा. तो कापा. आणि पुठ्ठयावर चिकटवा.

(ii) a सेमी व b सेमी (7X4) एकक माप असलेले दोन आयत तांबडया चकचकीत कागदामधून कापा आणि b सेमी (4 सेमी) एक चौरस हिरव्या चकचकीत कागदामधून कापा.



माध्यमिक विभाग

(iii) आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे हे तुकडे चौरस ABCD मध्ये चिकटवा आणि त्यांना आयत EFGD चौरस FHCG आणि आयत KBHF अशी नावे द्या.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन-

आकृतीमध्ये,

चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ $(AB)^2 = (a+b)^2$ एकक ^{2}

चौरस AKFE चे क्षेत्रफळ $(AK)^2 = (a)^2$ एकक ^{2}

आयत KBHF चे क्षेत्रफळ $= (KF \times FH) = a \times b = ab$ एकक ^{2}

चौरस FHCG चे क्षेत्रफळ $(HC)^2 = (b)^2$ एकक ^{2}

आयत EFGD चे क्षेत्रफळ $= ED \times GD = a \times b = ab$ एकक ^{2}

आकृतीवरून आपल्या असे लक्षात येईल की,

चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ = चौरस AKFE चे क्षेत्रफळ

+ आयत KBHF चे क्षेत्रफळ

+ चौरस FHCG चे क्षेत्रफळ

+ आयत EFGD चे क्षेत्रफळ

म्हणजेच $(a+b)^2 = a^2+ab+b^2+ab$

$= a^2+2ab+b^2$

निष्कर्ष $(a+b^2) = (a^2+2ab+b^2)$

कृति- 2

शीर्षक : $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ हे नित्यसमीकरण सिध्द करणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान : आयत व चौरस यांचे क्षेत्रफळ

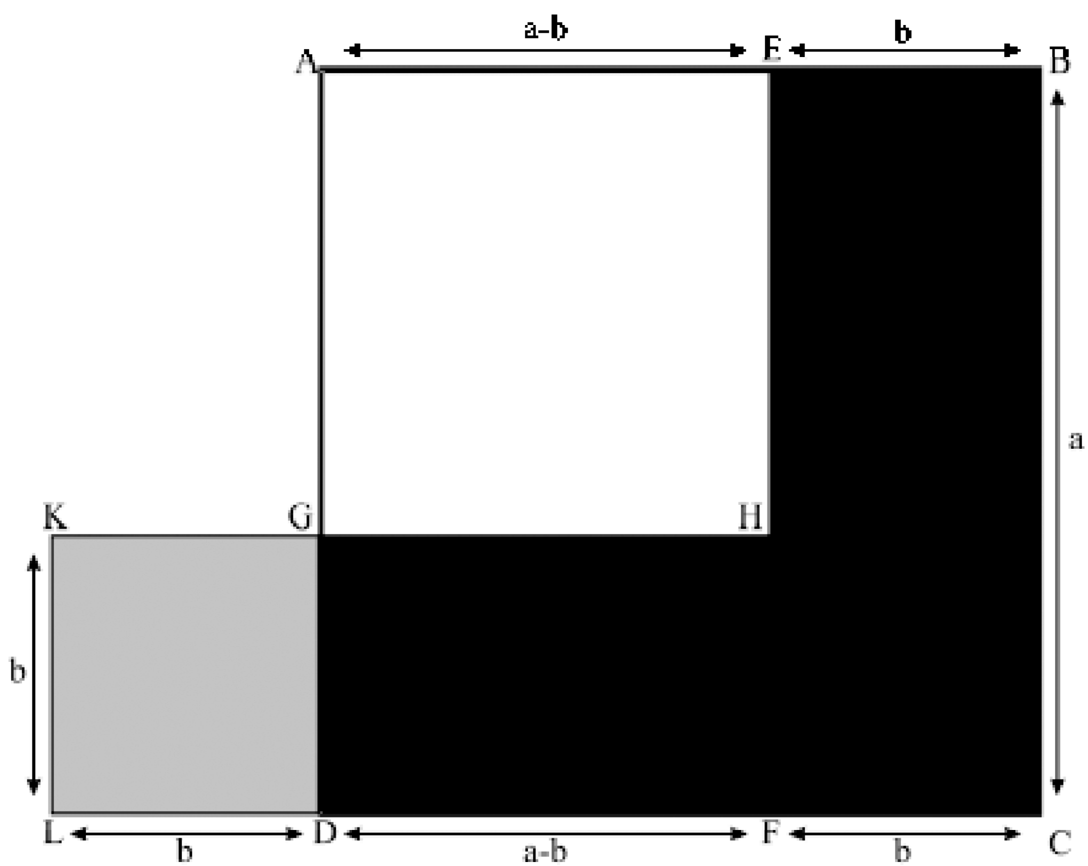
उद्दिष्टे: ही कृति केल्यानंतर विद्यार्थी $[(a-b^2)= a^2-2ab+b^2]$ हे नित्यसमीकरण सिध्द करू शकेल.

त्याचे प्रात्यक्षिक दाखवू शकेल.

साहित्य: (i) पुठ्ठा (ii) पांढरा कागद (iii) वेगवेगळया दोन रंगाचे (तांबडा, हिरवा) चकचकीत कागद (iv) कात्री (v) डिंक (vi) रंगीत बॉल पॉईंट पेन्स (vii) पेन्सिल आणि भौमितीक साधने.

पूर्वतयारी:

(i) पांढ-या कागदावर a एकक माप असलेला (समजा a=10 सेमी) ABCD हा चौरस काढा. तो कापा. आणि पुठ्ठयावर चिकटवा.



(ii) axb एकक माप असलेला (समजा a=10 सेमी, b=4 सेमी) एक आयत तांबडया चकचकीत कागदामधून कापा आणि (a-b)xb एकक माप असलेला (येथे a- b=6 सेमी आणि b=4 सेमी) एक आयत हिरव्या चकचकीत कागदामधून कापा. एकक(4 सेमी)बाजू असलेला एक चौरस पिवळया कागदामधून कापा.

(iii) आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे हे तुकडे चौरस ABCD मध्ये चिकटवा आणि त्यांना आयत EBCF, आयत GHFD आणि चौरस KGDL अशी नावे द्या.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन-

आकृतीमध्ये,

चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ $(BC)^2= (a)^2$ एकक ^{2}

चौरस AEHG चे क्षेत्रफळ $(AE)^2= (a-b)^2$ एकक ^{2}

आयत EBCF चे क्षेत्रफळ $(BC\times EB) = ab$ एकक ^{2}

आयत GHFD चे क्षेत्रफळ $(GH\times HF) = (a-b)b$ एकक ^{2}

चौरस KGDL चे क्षेत्रफळ $(KL)^2 = b^2$ एकक ^{2}

आयत KHFL चे क्षेत्रफळ $(KH\times HF) = ab$ एकक ^{2}

आकृतीवरून आपल्या असे लक्षात येईल की,

चौरस AEHG चे क्षेत्रफळ = चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ
चौरस KGDL चे क्षेत्रफळ
आयत EBCF चे क्षेत्रफळ
आयत KHFL चे क्षेत्रफळ

म्हणजेच $(a-b)^2 = a^2+b^2-ab-ab$

$= a^2-2ab+b^2$

निष्कर्ष $(a-b)^2 = (a^2-2ab+b^2)$

कृति- 3

शीर्षक ः $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$ हे नित्यसमीकरण सिध्द करणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः चौकोनाचे क्षेत्रफळ

उद्दिष्टे ः ही कृति केल्यानंतर विद्यार्थी $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$ हे नित्यसमीकरण सिध्द करू शकेल. त्याचे प्रात्यक्षिक दाखवू शकेल.

साहित्य- (i) पुठ्ठा (ii) वेगवेगळया रंगाचे चकचकीत कागद (iii) कात्री (iv) पेन्सिल आणि भौमितीक साधने (v) डिंक (vi) स्केच पेन्स .

पूर्वतयारी ः

(i) एक पुठ्ठा घ्या.

(ii) निळया चकचकीत कागदातून a सेमी बाजू असलेला चौरस कापा. याचे क्षेत्रफळ a^2 सेमी^{2} आहे.

(iii) पिवळया चकचकीत कागदातून b सेमी बाजू असलेला आणि b^2 सेमी^{2} क्षेत्रफळ असलेला दुसरा चौरस कापा.

(iv) आकृती (i) मध्ये दर्शवल्याप्रमाणे b बाजू असलेला लहान चौरस a बाजू असलेल्या मोठया चौरसावर चिकटवा.

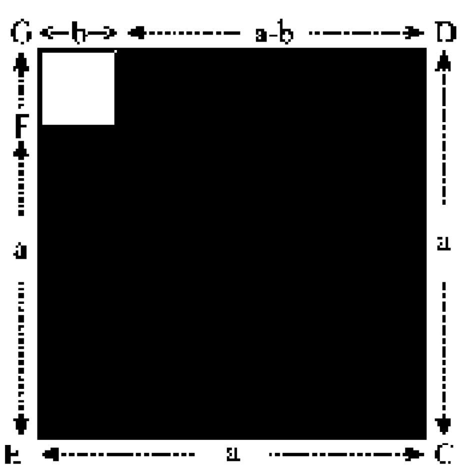


Fig. (i)

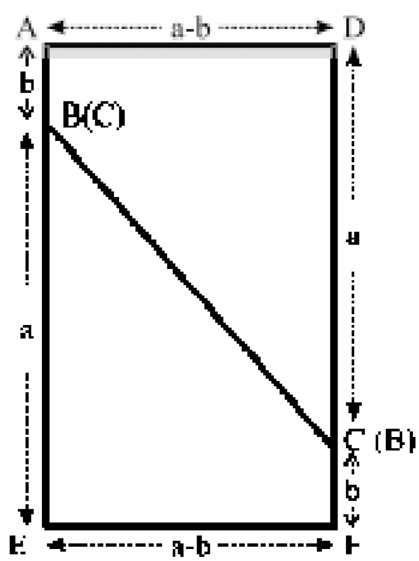


Fig. (ii)

(v) ADCEFB उरलेला भाग कापा. आणि BC या बाजूवर कापा. आकृती (ii) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे तो. चिकटवा.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन-

(i) आकृती (i) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे ADCEFB या भागाचे क्षेत्रफळ $= a^2 - b^2$ सेमी^{2}

(ii) आकृती (ii) मध्ये आयताची रूंदी $= a + b$ आणि लांबी $a - b$ आणि क्षेत्रफळ $= (a+b)(a-b)$.

भाग ADCEFB चे रूपांतर आपण आकृती (ii) मध्ये केले आहे.

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

निष्कर्ष - $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

कृति- 4

शीर्षक ः $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ हे नित्यसमीकरण सिध्द करणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) घन आणि इष्टिाचिती यांच्या बाजू, अंत्यबिंदू व पृष्ठे यांची माहिती.

(ii) घन आणि इष्टिाचिती यांचे पृष्ठफळ व घनफळ यांची माहिती.

उद्दिष्टे ः ही कृति केल्यानंतर विद्यार्थी $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ हे नित्यसमीकरण सिध्द करू शकेल.

त्याचे प्रात्यक्षिक दाखवू शकेल.

लागणारे साहित्य ः (i) ॲक्रिलिक कागद (ii) लाकडी फळा (iii) स्केच पेन्स (iv) चकचकीत कागद (v) फेवीकॉल (vi) कात्री (vii)भौमितीक साधनपेटी.

पूर्वतयारीः समजा बाजू a=3 सेमी व बाजू b=1 सेमी घ्या. त्यामुळे a+b=4 सेमी होईल.

(i) लाकडी फळयांचा उपयोग करून 3 सेमी बाजू असलेला घन तयार करा.

(ii) तशाच लाकडी फळयांचा उपयोग करून 1 सेमी बाजू असलेला घन तयार करा.

(iii) लाकडी फळयांचा वापर करून 3 सेमी $\times$ 3 सेमी $\times$ 1 सेमी आकाराच्या तीन इष्टिकाचिती व 3 सेमी $\times$ 1 सेमी $\times$ 1 सेमी आकाराच्या अजून तीन इष्टिकाचिती तयार करा.

(iv) ॲक्रिलिक कागद वापरून 4 सेमी बाजू असलेला घन तयार करा.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजनः

(i) 4 सेमी बाजू असलेला घन $(a+b)^3$ आहे. (आ.5)

(ii) 3 सेमी बाजू असलेला घन a^3 आहे. (आ.1)

(iii) 1 सेमी बाजू असलेला घन b^3 आहे. (आ.4)

(iv) 3 सेमी $\times$ 3 सेमी $\times$ 1 सेमी बाजू असलेली इष्टिकाचिती a^2b आहे. (आ.2)अशा तीन इष्टिकाचिती म्हणजे a^2b आहे.

(v) त्याचप्रमाणे 3 सेमी1 सेमी 1 सेमी बाजू असलेली इष्टिकाचिती ab^2 आहे. (आ.3) अशा 3 इष्टिकाचिती म्हणजे 3 ab^2 आहे.

3 सेमी व 1 सेमी बाजू असलेले घन आणि 6 इष्टिकाचिती 4 सेमी बाजू असलेल्या घनात वसविल्यास घन पूर्णपणे भरून

जाईल. त्यावरून (a+b) वाजू असलेल्या घनाचे घनफळ $[(a+b)^3]$ हे a^3, b^3 (दोन दोन) आणि $3a^2b$, $3ab^2$ (इष्टिकाचिती) यांच्या वेरजेवरोवर असते हे लक्षात येते.

निष्कर्ष - $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$.

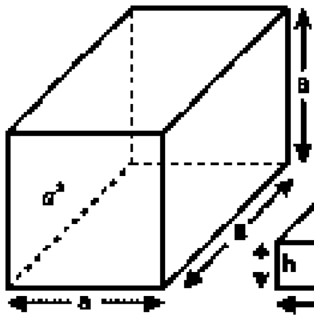


Fig. (1)

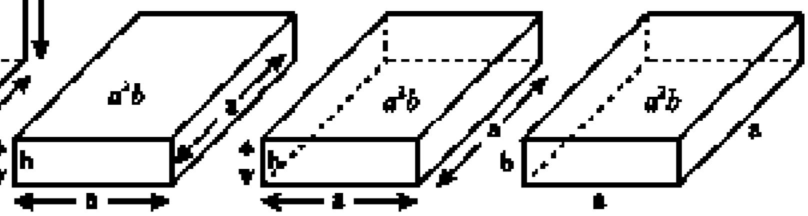


Fig. (2)

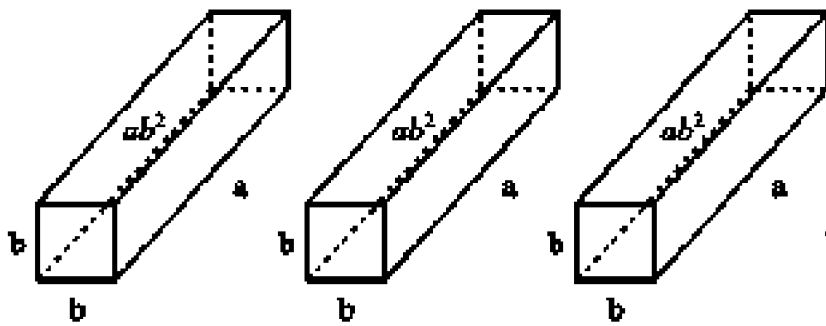


Fig. (3)

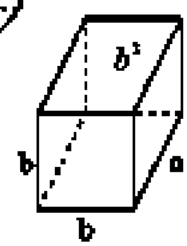


Fig. (4)

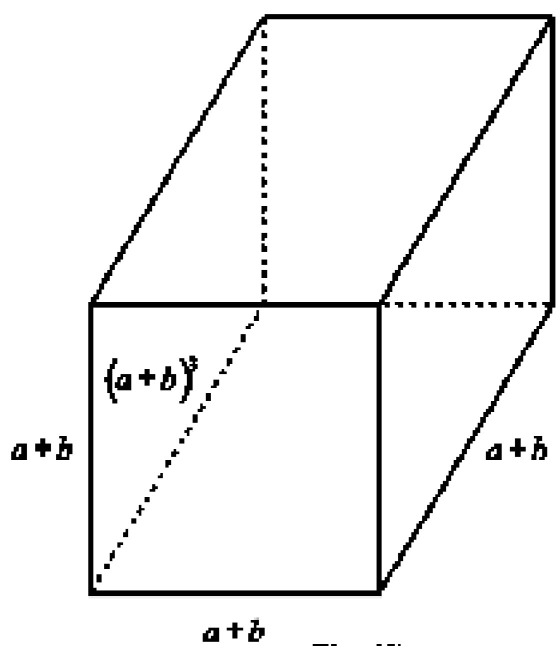


Fig. (5)

कृति- 5

शीर्षक ः भागाकार पध्दतीने दिलेल्या दोन संख्यांचा ल.सा.वि. काढणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) संख्यांचे गुणक

(ii)भागाकार

उदिदष्टे ः (i) ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थी दिलेल्या कोणत्याही दोन संख्यांचा लसावि काढू शकेल.

(ii) दिलेल्या दोन संख्यांना मोठयात मोठया कोणत्या संख्येने भाग जाऊ शकतो हे काढू शकेल.

साहित्य ः (i) 2 सेमी रूंदीच्या 5 कार्डबोर्ड पट्टया .

(ii) पेन्स (iii) कात्री (iv) फेविकोल (v) पट्टी

(vi) पेन्सिल आणि खोडरबर.

पूर्वतयारी ः समजा आपणास 20 आणि 32 या दोन संख्यांचा लसावि काढावयाचा आहे.त्यासाठी खालीलप्रमाणे कृती करा.

(i) प्रत्येकी

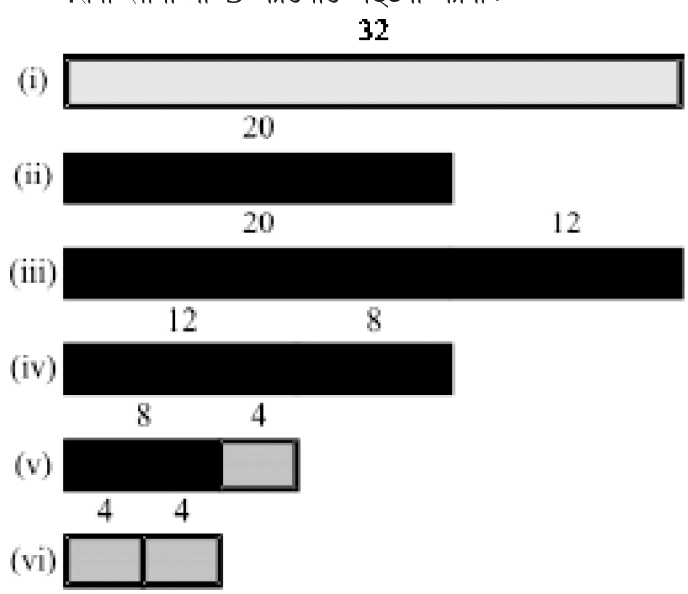
32 सेमी लांबीच्या 2 कार्डबोर्ड पट्टया.

20 सेमी लांबीच्या 2 कार्डबोर्ड पट्टया.

12 सेमी लांबीच्या 2 कार्डबोर्ड पट्टया.

8 सेमी लांबीच्या 2 कार्डबोर्ड पट्टया.

4सेमी लांबीच्या 3 कार्डबोर्ड पट्टया कापा.



(ii) आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे पट्टया चिकटवा.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

पहिल्या दोन पट्ट्या 32 व 20 या संख्या दर्शवतात. 32 आणि 20 यांचा लसावि काढणे म्हणजे 32 व 20 या संख्यांना ज्या जास्तीत जास्त मोठया संख्येने भाग जातो. अशी संख्या शोधणे म्हणजेच 32 सेमी आणि 20 सेमी अशा दोन्ही लांबी पूर्णपणे मोजणारी जास्तीत जास्त मोठया लांबीची पट्टी शोधणे.

(a) पहिल्या दोन पट्ट्यांवरून लक्षात येते की ही संख्या 20 असू शकणार नाही. कारण 20 ने 32 ला संपूर्ण भाग जात नाही.

(b) आपण पट्टी (ii) ही पट्टी (i) वर ठेवली तर पट्टी (i) वरील 12 सेमी भाग शिल्लक राहतो.

20) 32 (1
-20
12

(c) पट्टी (iii) वरून आपल्या लक्षात येते की 12 सेमी ही योग्य लांबी नाही. कारण ती 20 ला संपूर्ण भाग देऊ शकत नाही.

पट्टी (iv) वरून आपल्या लक्षात येते की 12 सेमी ही योग्य लांबी नाही. कारण ती 20 सेमी पट्टीवर ठेवली असता 8 सेमीची पट्टी शिल्लक राहते.

12) 20 (1
-12
8

(d) पट्टी (v) वरून आपल्या लक्षात येते की 8 सेमीची पट्टी ही 12 सेमी पट्टीला संपूर्ण भागू शकत नाही. 8 सेमीची पट्टी 12 सेमीच्या पट्टीवर ठेवली . 4 सेमीची पट्टी शिल्लक राहते.

8) 12 (1
- 8
4

(e) 4 सेमी लांबीची पट्टी (vi) मात्र 8 सेमीच्या पट्टीला पूर्णपणे भागते.

यावरून असे लक्षात येते की 4 सेमी लांबीच्या पट्टीने 32 सेमी व 20 सेमी लांबीच्या पट्ट्यांना पूर्णपणे भाग जातो.

म्हणून 4 हा 32 आणि 20 ला लसावि आहे.

निष्कर्ष - दिलेल्या दोन संख्यांना ज्या मोठयात मोठया संख्येने भाग जातो त्या संख्येला त्या दोन संख्यांचा लसावि असे म्हणतात.

कृति- 6

शीर्षक : समान अपूर्णांक.

पूर्वज्ञान : अपूर्णांकाचा संवोध माहित असणे आवश्यक आहे.

उद्दिष्टे : ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थ्यांला समान अपूर्णांकाचा संवोध स्पष्टपणे समजेल.

साहित्य : (i) तांबडा चकचकीत कागद (ii) पांढरा चौरस कागद (iii) दोरा (iv) स्केच पेन्स (v) पेन्सिल , खोडरबर आणि फेविकोल.

पूर्वतयारी :

(a) पांढ-या चौरस कागदावर 6 समान जाडीच्या पट्टया आखा. प्रत्येक पट्टी 0 पासून सुरू होते. यांना S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 अशी नावे द्या. (आ. ii)

(b) पहिली पट्टी S_1 मध्ये 12 चौरस आहेत आणि ही पट्टी 1 पूर्णांक दाखविते.

(c) दुसरी पट्टी S_2 मध्ये प्रत्येकी 6 चौरसाचे 2 सारखे भाग आहेत आणि प्रत्येक भाग ½ दाखवितो. (अर्धी पट्टी) म्हणून OA = ½

(d) तिसरी पट्टी S_3 मध्ये प्रत्येकी 4 चौरसाचे 3 सारखे भाग आहेत आणि प्रत्येक भाग $^1/_3$ दाखवितो. (एक तृतीयांश पट्टी) म्हणून OB = $^1/_3$ आणि OC= $^2/_3$.

(e) चौथी पट्टी S_4 मध्ये प्रत्येकी 3 चौरसाचे 4 सारखे भाग आहेत आणि प्रत्येक भाग $^1/_4$ दाखवितो. (एक चतुर्थांश पट्टी) म्हणून OD = $^1/_4$, OE= $^2/_4$, OF = $^3/_4$.

(f) पाचवी पट्टी S_5 मध्ये प्रत्येकी 2 चौरसाचे 6 सारखे भाग आहेत आणि प्रत्येक भाग $^1/_6$ दाखवितो. (एक षष्ठांश पट्टी) म्हणून OG = $^1/_6$ आणि OH = $^2/_6$, OF = $^3/_6$, OJ = $^4/_6$ आणि OK = $^5/_6$.

(g) सहावी पट्टी S_6 मध्ये प्रत्येकी एका चौरसाचे 12 भाग आहेत आणि प्रत्येक भाग $^1/_{12}$ दाखवितो. (एक बारांश पट्टी) म्हणून OL = $^1/_{12}$,OM= $^1/_{12}$, ON= $^3/_{12}$, OP= $^4/_{12}$, OQ= $^5/_{12}$, आणि OR= $^6/_{12}$, OJ= $^7/_{12}$, OT= $^8/_{12}$ OU= $^9/_{12}$, OV= $^{10}/_{12}$, OW= $^{11}/_{12}$.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन :

चकचकीत कागद आणि दोरा वापरून आ. (i) आणि आ. (ii) मध्ये दाखविल्याप्रमाणे समान अपूर्णांक दाखविता येतील.

½= $^2/_4$= $^3/_6$ = $^6/_{12}$ याप्रमाणे ½, $^2/_4$, $^3/_6$, $^6/_{12}$ हे समान अपूर्णांक आहेत. त्याचप्रमाणे $^1/_3$, $^2/_6$, $^4/_{12}$ हे देखील समान अपूर्णांक आहेत. तसेच $^2/_3$, $^4/_6$, $^3/_{12}$ हे देखील समान अपूर्णांक आहेत.

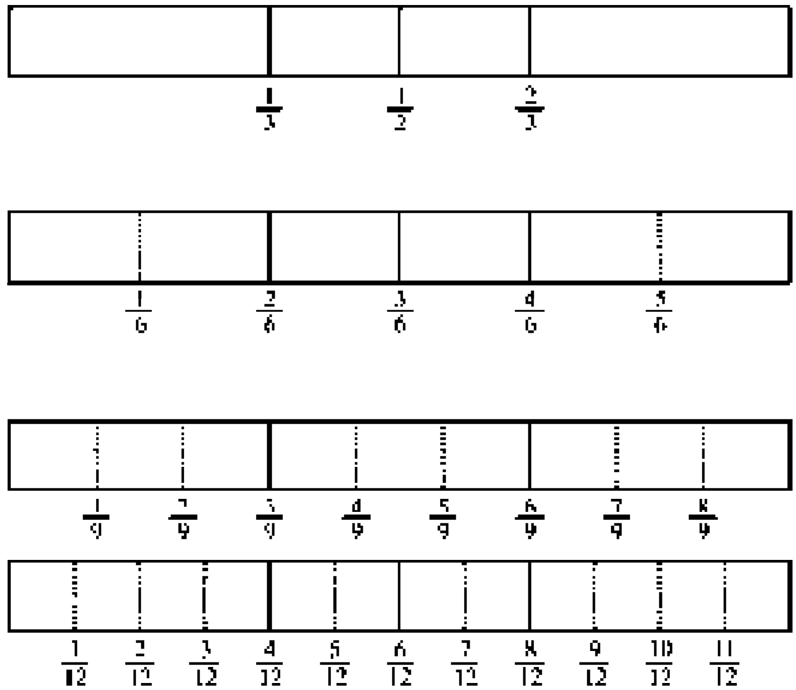

1/3
1/2
2/3
1/6
2/6
3/6
4/6
5/6
1/9
2/9
3/9
4/9
5/9
6/9
7/9
8/9
1/12
2/12
3/12
4/12
5/12
6/12
7/12
8/12
9/12
10/12
11/12

Fig. (i)

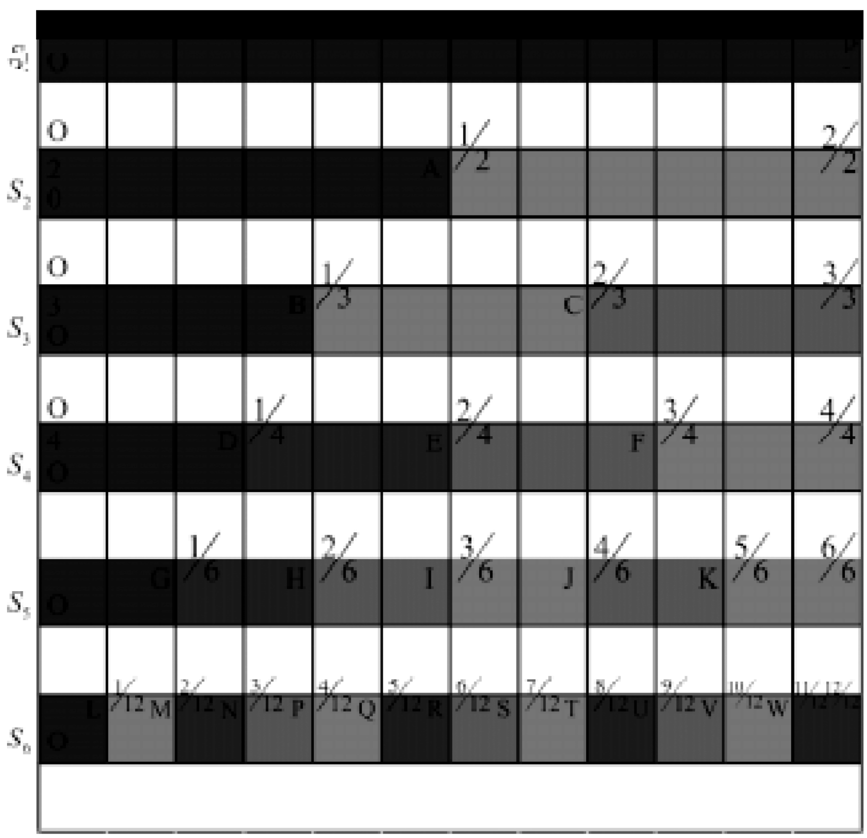


Fig. (ii)

कृति- 7

शीर्षक : दोन चलातील रेषीय समीकरणांना अनंत उकली असतात याचा पडताळा पाहणे.

पूर्वज्ञान : समीकरण म्हणजे काय हे माहित हवे. आलेख कागद बिंदू स्थापन करणे, आलेख कागदावर स्थापन केलेल्या बिंदू स्थानाचे वाचन करणे.

उद्दिष्टे : ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थी दोन चलातील रेषीय समीकरणांना अनंत उकली असतात याचे प्रात्यक्षिक दाखवू शकेल.

साहित्य : (i) तांबडा चकचकीत कागद (ii) पट्टी (iii) पेन्सिल आणि भौमितीक साधने (iv) आलेख कागद.

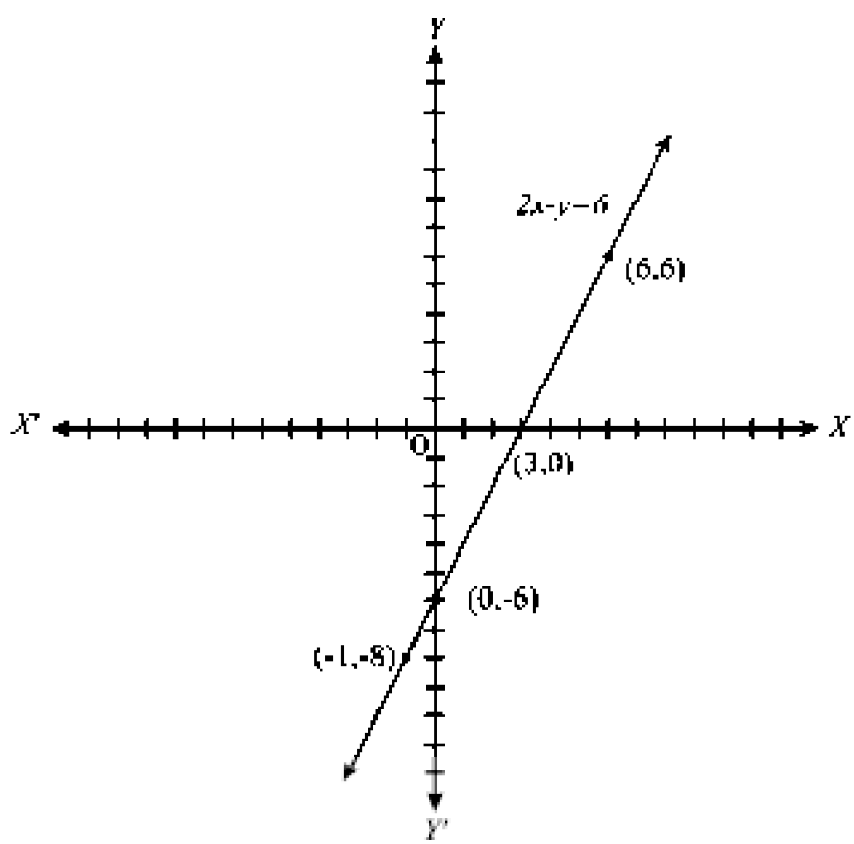
पूर्वतयारी : दोन चलातील $ax + by = c$ या स्वरूपातील रेषीय समीकरण विचारात घ्या.

उदा. $2x - y = 6$.

रेषीय समीकरण सत्य करणा-या (x) आणि (y) या चलांच्या किंमती कोष्टकात भरा.

x	0	3	-1
y	-6	0	-8

खाली दाखविल्याप्रमाणे दिलेल्या समीकरणाचा आलेख कागदावर काढा.



प्रात्यक्षिक आणि उपयोजनः

काढलेल्या आलेख रेषेवर A(6,6), B(1-4),C (-4,-14) हे तीन बिंदू घ्या. या बिंदूंच्या किंमती समीकरणात घाला.

जसे, A(6,6), $2\times \mathbf{6} - \mathbf{6} = \mathbf{6}$ 6=6

B (1-4) $2\times \mathbf{1} - \mathbf{(-4)} = \mathbf{6}$ 6=6

C (-4,-14) = $2\times \mathbf{-4} - \mathbf{(-14)} = \mathbf{6}$ $\mathbf{6 = 6}$

निष्कर्ष ः बिंदू A, B, C साठी दिलेले समीकरण सत्य होते. म्हणजे डाव्या बाजूची किंमत उजव्या बाजूएवढी येते. हे आपल्या लक्षात आले असेलच. तीनही बिंदूंच्या चलांच्या किंमतीने आपणास समीकरणाची उकल मिळते. या आलेखावर चलांच्या किंमतीने उकल मिळणारे अनंत बिंदू आहेत. म्हणून दोन चलातील रेषीय समीकरणांना अनंत उकली असतात हे सिध्द होते.

कृति- 8

शीर्षक : दोन चलातील रेषीय समीकरणांना असणाया उकलींच्या अटी पाहणे.

पूर्वज्ञान : समीकरण म्हणजे काय हे माहित हवे. आलेख कागद विंदू स्थापन करणे, आलेख कागदावर स्थापन केलेल्या विंदू स्थानाचे वाचन करणे.

उद्दिष्टे : ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थी दोन चलातील रेषीय समीकरणांना अनंत उकली असतात एकामेव उकल असते किंवा उकल नसते याचे प्रात्यक्षिक दाखवू शकेल.

साहित्य : (i) तांबडा चकचकीत कागद (ii) पट्टी (iii) पेन्सिल आणि भौमितीक साधने (iv) आलेख कागद.

पूर्वतयारी : दोन चलातील 3 रेषीय समीकरणे विचारात घ्या

$$a_1x + b_1Y = C_1$$

$$a_2x + b_2Y = C_2$$

उदा. - $x + y = 4,\quad 2x + 3y = 6,\quad 2x + 3y = 6$

$2x + 3y = 6,\quad 4x + 6y = 12,\quad 4x + 6y = 24$

रेषीय समीकरणाची पहिली जोडी विचारात घ्या आणि दोन्ही समीकरणांच्या x, y च्या किंमतीचे कोष्टक तयार करा.

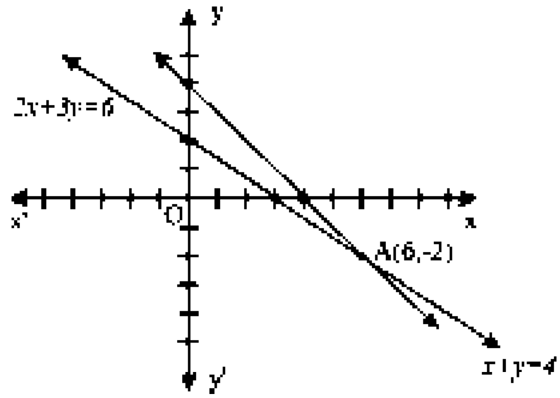
जसे $x + y = 4$

x	4	6	0
y	0	-2	4

आणि $2x + 3y = 6$

x	0	3	6
y	2	0	-2

या दोन समीकरणांचे आलेख आलेख कागदावर काढा.



दोन समीकरणांच्या आलेख रेषा A(6,2) या बिंदूत परस्परांना छेदतात म्हणून या दोन रेषीय समीकरणांना फक्त एक आणि एकच उकल आहे हे आपल्या लक्षात येईल आणि ती म्हणजे x=6, y= -2

रेषीय समीकरणांची दुसरी जोडी विचारात घ्या. आणि दोन्ही समीकरणांच्या (x,y) च्या किंमतीचे कोष्टक तयार करा.

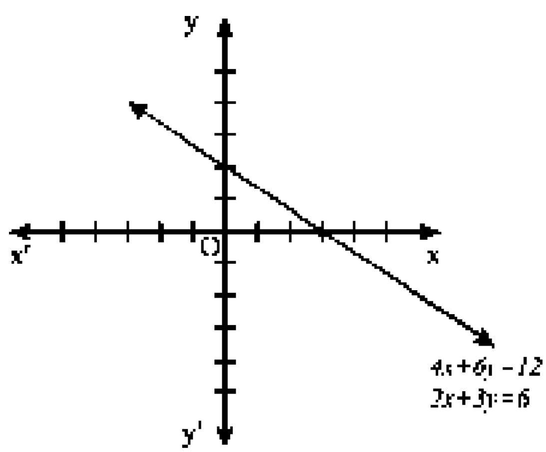
$2x+3y=6$

x	0	3	6
y	2	0	-2

$4x+6y=12$

x	0	3	6
y	2	0	-2

या दोन समीकरणांचे आलेख आलेख कागदावर काढा.



या दोन्ही समीकरणांचे आलेख एकच आहेत,त्यांच्या समीकरण आलेखावर अनंत सामाईक बिंदू आहेत. म्हणून या समीकरणाला 'अनंत उकली' आहेत हे आपल्या लक्षात येईल. रेषीय

समीकरणांची तिसरी जोडी विचारात घ्या. आणि दोन्ही समीकरणांच्या (x,y) च्या किंमतीचे कोष्टक तयार करा.

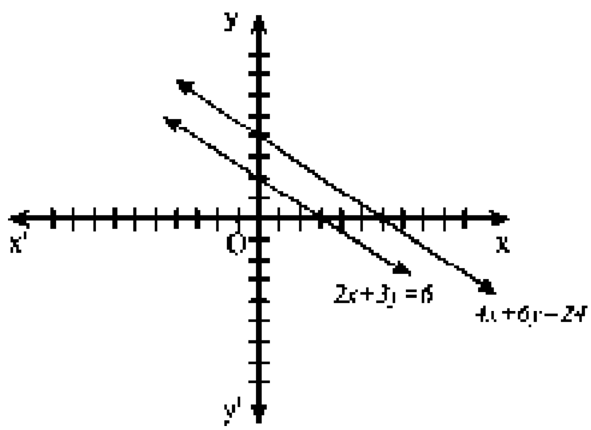
$$2x+3y=6$$

x	0	3	-3
y	2	0	4

$$4x+6y=24$$

x	0	6	-3
y	4	0	6

या दोन समीकरणांचे आलेख आलेख कागदावर काढा.



या दोन्ही समीकरणांचे आलेख परस्परांना समांतर आहेत. दोन्ही आलेख रेषांमध्ये एकही बिंदू सामाईक नाही. त्यामुळे दोन्ही समीकरणांची सामाईक अशी एकही उकल नाही.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन - आलेख आणि दिलेली समीकरणे यांच्या साहाय्याने पुढील कोष्टक पूर्ण करा.

अ.क्र	समीकरणांची जोडी	आलेखरेषा	$\frac{a1}{a2}$	$\frac{b1}{b2}$	$\frac{c1}{c2}$
1.	पहिली	परस्परांना छेदतात	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
2.	दुसरी	एकच आहेत.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.	तिसरी	समांतर	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

निष्कर्ष

परस्परांना छेदणा-या दोन आलेख रेषा,दोन्ही समीकरणांची एकच असणारी आलेख रेषा आणि परस्परांना समांतर असणा-या आलेख रेषा विचारात घ्या.

त्यांच्या $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}$ आणि $\frac{c_1}{c_2}$ या किंमती काढा.

तुमच्या असे लक्षात येईल की, परस्परांना छेदणा-या रेषांच्या बाबतीत $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.

दोन्ही समीकरणांच्या एकच रेषा असण्याच्या बाबतीत

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$ आणि

समांतर असणा-या आलेख रेषांच्या बाबतीत

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

शेरा

१) जेव्हा दिलेल्या समीकरणाच्या जोडीला एकमेव किंवा अनंत उकली असतात त्या समीकरणांना सुसंगत समीकरणे आणि ज्या समीकरणांना एकही उकल नसते , त्या समीकरणांच्या विसंगत समीकरणे असे म्हणतात.

२)आणखी समीकरणांच्या जोडया घेऊन वरील सिध्दांताचा पडताळा पाहता येईल.

कृति- 9

शीर्षक ः वर्गसमीकरणाची मुळे आणि त्याचे सहगुणक यामधील सवंधांचा पडताळा घेणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) $ax^2 + bx+c=0$ आणि $a \neq 0$

या प्रकारची समीकरणे.

(ii) वर्गसमीकरणांची मुळे

उद्दिष्टे ः ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थ्याला वर्गसमीकरणाची मुळे आणि त्यांचे सहगुणक यामधील संबंध लक्षात येईल.

साहित्य ः (i)तक्ता (Chart paper) (ii) पेन्सिल आणि खोडरबर

पूर्वतयारी ः निरनिराळी वर्गसमीकरणे त्यांच्या वर्गमूळासह लिहा.

अ.क्र	वर्गसमीकरण	मुळे
(i)	$x^2-5x+6=0$	2,3
(ii)	$x^2-x+6=0$	3,-2
(iii)	$4x^2 – 8x+3=0$	$^3/_2$, $^1/_2$
(iv)	$x^2-4x+1=0$	$2+\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$
(v)	$x^2+8x+15=0$	-3, -5

वर्गसमीकरणांत किंमती घालून सर्व समीकरणे सत्य होत आहेत हे पहा.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

तक्त्यावर खालीलप्रमाणे कोष्टक तयार करा.

अ.क्र	वर्गसमीकरण $ax^2+bx+c=0$	वर्गमुळे α, β	वर्गमुळेबेरीज $\alpha+\beta$	वर्गमूळांचा गुणाकार $\alpha \times \beta$	-b/a	-c/a
1.	$x^2-5x+6=0$	$\alpha=2, \beta=3$	5	6	5	6
2.	$x^2-x-6=0$	$\alpha=3, \beta=-2$	1	-6	1	-6
3.	$4x^2-8x+3=0$	$\alpha=\frac{3}{2}, \beta=\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{4}$	2	$\frac{3}{4}$
4.	$x^2-4x+1=0$	$\alpha=2+\sqrt{3}, \beta=2-\sqrt{3}$	4	1	4	1
5.	$x^2+8x+15=0$	$\alpha=-3, \beta=-5$	-8	15	-8	15

माध्यमिक विभाग

निष्कर्ष - $ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$

या प'कारच्या वर्गसमीकरणात,

वर्गमुळांची बेरीज $=(\alpha+\beta)=\frac{b}{a}=\frac{x \text{ चा सहगुणक}}{x_2 \text{ चा सहगुणक}}$

वर्गमुळांचा गुणाकार $=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{\text{स्थिरांक (तिसरे पद)}}{x^2 \text{ चा सहगुणक}}$

शेरा - वरील निष्कर्ष आपणास खालील ठिकाणी वापरता येतील.

(i) वर्गमुळे दिली असता त्यापासून वर्गसमीकरण तयार करता येईल.

(ii) वर्गसमीकरणाची मुळे न काढता त्या मुळांची बेरीज व गुणाकार काढता येईल.

कृति- 10

शीर्षक ः वर्गसमीकरणाच्या जास्तीत जास्त दोन किंमती शून्य असतात हे आलेखाच्या साहाय्याने सिध्द करणे

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) आलेखकागदावर आलेख बिंदू स्थापन करता येणे.

(ii) वर्गसमीकरणांची किंमत काढणे.

उद्दिष्टे ः ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थ्याला

(i) दिलेल्या वर्गसमीकारणात किती शून्ये असतात हे केळेल

(ii) वर्गसमीकरणातील शून्यांची संख्या काढता येईल

साहित्य ः (i) आलेखकागद (ii) कंपासपेटी (iii) पेन्सिल (iv) रबर इ.

पूर्वतयारी ः

$ax^2+bx+c=0$ आणि $a \neq 0$

a,b,c च्या वेगळया किंमती असलेली वर्गसमीकरणे घ्या.

उदा.

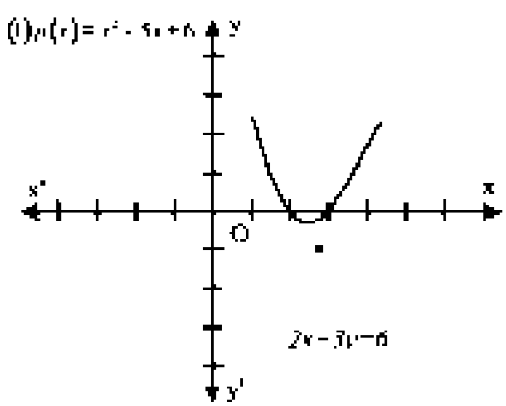
(i) $p(x) = x^2-5x+6$

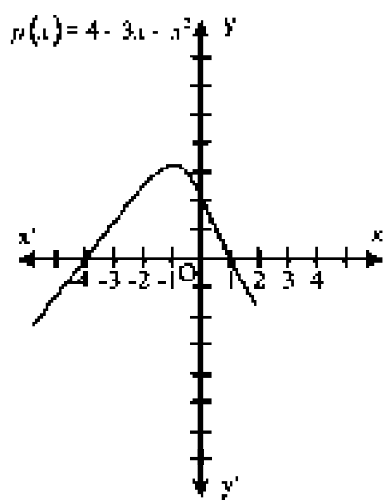
(ii) $q(x) = x^2-3x+4$

(iii) $r(x) = x^2-6x+9$

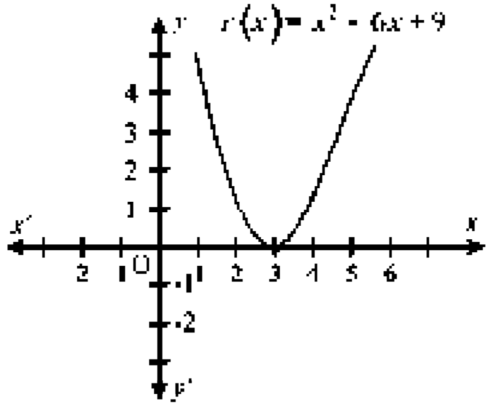
(iv) $g(x) = x^2-4x+8$

वर्गसमीकरणामधील x ची किंमत काढून ते वर्गसमीकरण आलेखकागदावरा काढा.

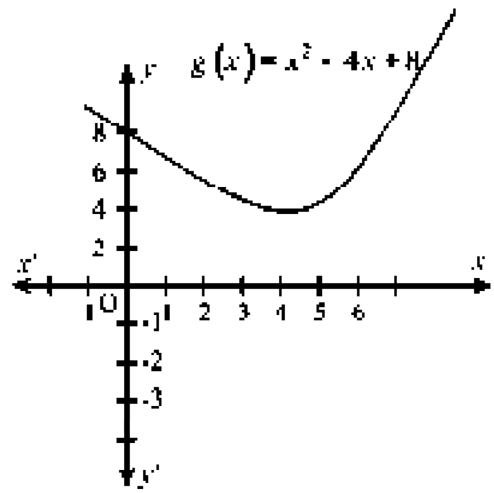




(iii)



(iv)



प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन

वर्गसमीकरण	आलेख दिशा वरच्या / खालच्या दिशेने	शून्य संख्या
$b(x) = x^2-5x+6$	वरच्या दिशेने	2
$q(x) = 4-3x+x^2$	खालच्या दिशेने	2
$r(x) = x^2-6x+9$	वरच्या दिशेने	1
$g(x) = x^2-4x+8$	वरच्या दिशेने	0

निष्कर्ष

(i) ax^2+bx+c या वर्गसमीकरणाचा आलेख

(a) जर $a > 0$ असेल तर वरच्या दिशेने असतो.

(b) जर $a < 0$ असेल तर खालच्या दिशेने असतो.

(ii) वर्गसमीकरणाच्या जास्तीत जास्त दोन किंमती शून्य असतात.

कृति- 11

शीर्षक : दिलेली संख्यामालिका अंकगणित श्रेणी आहे का ते पडताळणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान : संख्यामालिका आणि अंकगणित श्रेणी व्याख्या यांचे ज्ञान असणे.

उद्दिष्टे : ही कृती प्रत्यक्ष केल्यानंतर विद्यार्थी- आकृतीबंध संख्या ओळखू शकेल, तसेच दिलेल्या संख्यामालिकांमधून अंकगणित श्रेणी ओळखू शकाल.

आवश्यक साहित्य :

(i) 1 सेमी × 1 सेमी चौरस असणारा आलेख कागद

(ii) कात्री

(iii) डिंक (गोंद) किंवा फेवीकोल.

(iv) पट्टी आणि पेन्सिल

(v) भौमितीक साधने (कंपास पेटी)

पूर्वतयारी : आपण धन संख्या असणारी पुढील संख्यामालिका विचारात घेऊ.

1,4,7,10,13,16.....................

आणि 2,3,6,10,12,15.....................

आता आपण पहिल्या संख्यामालिकेसाठी रंगीत कागदांच्या 1 सेमी रूंदी व 1 सेमी , 4 सेमी ,7 सेमी 10 सेमी , ... अशा लांबी असणा-या आयताकृती पट्टया कापून त्या आलेख कागदावर संख्यांच्या क्रमानुसार चिकटवा. }आ.(i) पहा]

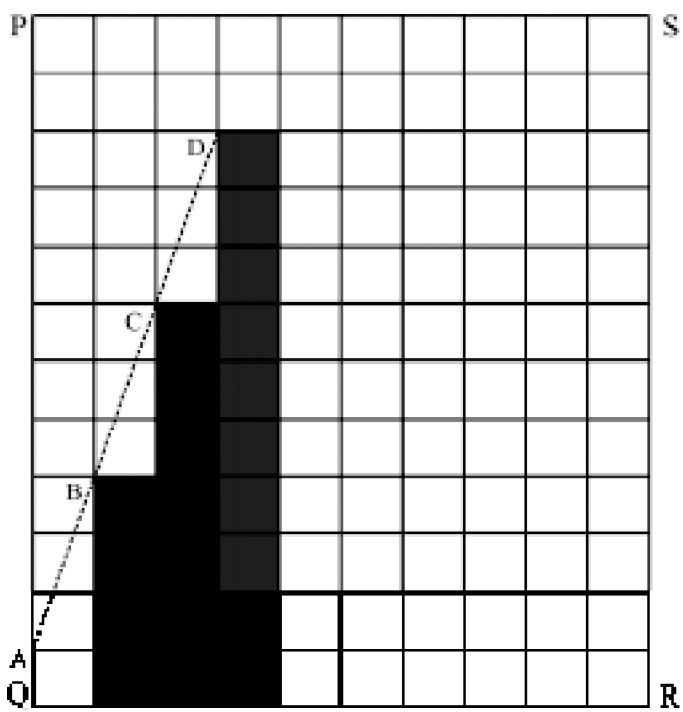
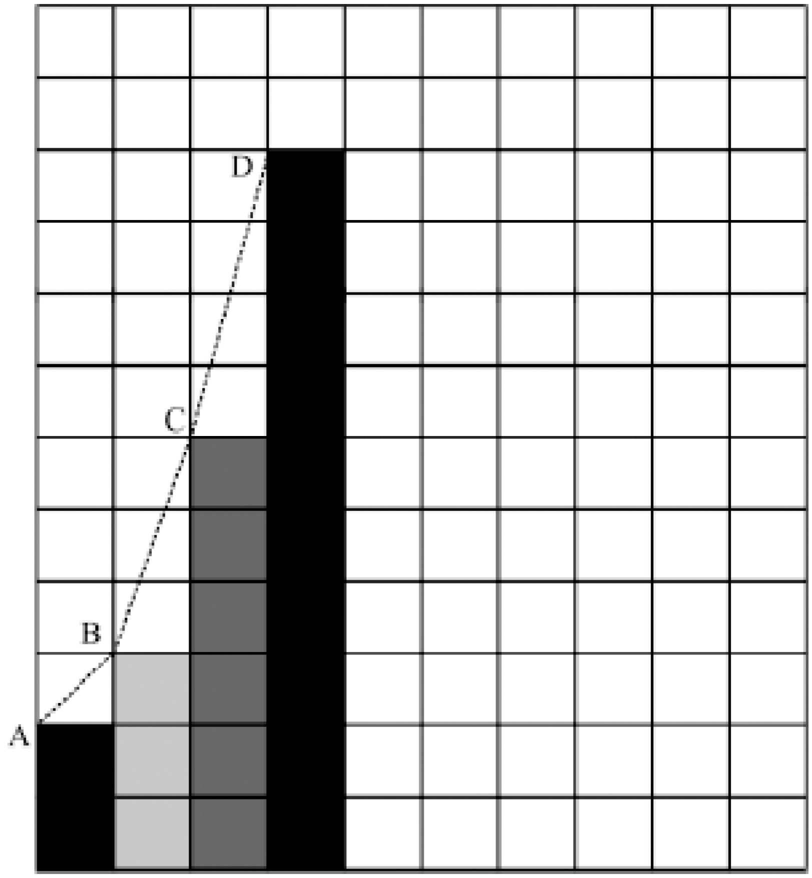


Fig. (i)



नंतर दुस-या संख्यामालिकेसाठी भिन्न रंगांचे कागद घेऊन वरीलप्रमाणे रूंदी 1 सेमी आणि लांबी 2 सेमी, 3 सेमी , 6 सेमी ,10 सेमी .... असणा-या आयताकृती पट्टया कापून घ्या. आणि या पट्टया दुस-या आलेख कागदावर संख्यामालिकेतील संख्यांच्या क्रमानुसार चिकटवा. }आ.(ii) पहा]

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन

पहिल्या संख्यामालिकेतील रंगीत पट्टया पासून एक शिडी तयार झाल्याचे आढळते. प्रत्येक दोन लगतच्या पट्टयांमधील उंचीचे अंतर समान आहे. (यामध्ये 3 सेमी) दुस-या संख्यामालिकेतील रंगीत पट्टयांपासून तयार होणारी शिडी, यातील दोन लगतच्या पट्टयांमधील उंचीचे अंतर समान नाही.

निष्कर्ष (अनुमान)ः पहिल्या संख्यामालिकेतील पट्टयांपासून तयार होणारी शिडी आणि त्याच्या लगतच्या पट्टयांच्या उंचीतील फरक समान आहे. म्हणून पहिली संख्यामालिका अंकगणित श्रेणी आहे. परंतु दुस-या संख्यामालिकेतील क्रमागत पट्टयांच्या साहयाने तयार झालेल्या शिडीच्या क्रमागत पट्टयांच्या उंचीतील फरक समान नाही. म्हणून दुसरी संख्यामालिका अंकगणित श्रेणी नाही हे सिध्द होते.

अशा रीतीने जर क्रमागत संख्यातील फरक समान असेल तर अशी संख्यामालिका अंकगणित श्रेणी आहे. परंतु अशी स्थिती नसल्यास ती संख्यामालिका अंकगणित श्रेणी नसते.

टीप ः अंकगणित श्रेणी संख्यामाालिकेतील पट्टयांचे वरचे डावीकडचे कोपरे जोडले असता सरळ रेषा मिळते. परंतु ती संख्याामालिका अंकगणित श्रेणीत नसताना सरळ रेषा मिळत नाही.

कृति- 12

शीर्षक ः पहिल्या n नैसर्गिक विषम संख्यांची बेरीज काढणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) नैसर्गिक विषम संख्या

(ii) 'n' ही नैसर्गिक विषम संख्या (2n-1) अशी लिहिली जाते.

उद्दिष्टे ः ह्या कृतीचे प्रात्यक्षिक केल्यानंतर विद्यार्थी पहिल्या n नैसर्गिक संख्यांची बेरीज n^2 असते. हा निष्कर्ष काढू शकेल.

म्हणजेच $1+3+5+.............+2n-1= n^2$

आवश्यक साहित्य ः

(i) पांढरा जाड कागद

(ii) पट्टी,पेन्सिल आणि खोड रबर

(iii) वेगवेगळया रंगांचे बॉल पेन.

(iv) कात्री.

(v) कंपास पेटी (भौमितीक साधने)

कृतीची पूर्वतयारी ः

(i)10 सेमी × 10 सेमी मापाच्या चौरसाकृती पांढरा जाड कागद घ्या. व त्याची मर्यादा ठळक करा.

(ii) या चौरसाकृती कागदावर 1 सेमी अंतराने आडव्या आणि उभा रेषा काढा. म्हणजे 1 सेमी × 1 सेमी म्हणजेच 1 चौ. सेमीचे लहान चौरस तयार होतील. }आ.(i) पहा]

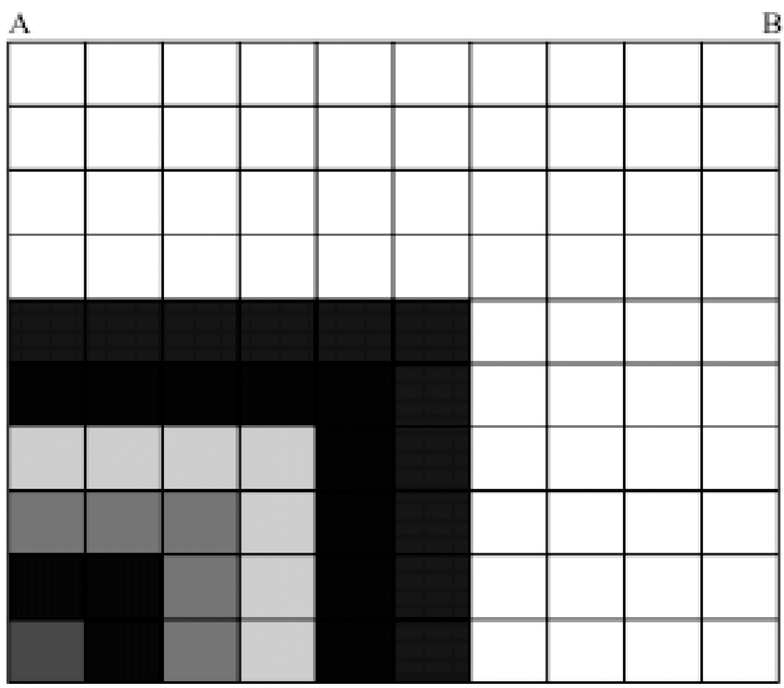


Fig. (i)

(iii) नंतर त्यामधील लहान चौरस निरनिराळे रंगीत बॉल पेन वापरून रंगवा. (आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे)

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

तपकिरी रंगाने रंगविलेल्या लहान चौरसांची संख्या = 1,

हिरव्या रंगाने रंगविलेल्या लहान चौरसांची संख्या = 3,

तांबडया रंगाने रंगविलेल्या लहान चौरसांची संख्या = 5,

पिवळया रंगाने रंगविलेल्या लहान चौरसांची संख्या = 7,

आकाशी रंगाने रंगविलेल्या लहान चौरसांची संख्या = 9,

जांभळया रंगाने रंगविलेल्या लहान चौरसांची संख्या = 11,

आता 1 सेमी $\times$ 1 सेमी मध्ये तपकिरी रंगांचे एकूण लहान चौरस = $1 = 1^2$

2 सेमी 2 सेमी मध्ये तपकिरी + हिरवे रंगांचे एकूण लहान चौरस $=1+3=4=2^2$

3 सेमी 3 सेमी मध्ये (तपकिरी + हिरवे + तांबडे) लहान चौरस $=(1+3=5) = 9 = 3^2$

4 सेमी 4 सेमी मध्ये (तपकिरी + हिरवे + तांबडे + पिवळे) एकूण लहान चौरस $=(1+3=5+7) = 16 = 4^2$

5 सेमी 5 सेमी मध्ये (तपकिरी + हिरवे + तांबडे + पिवळे + आकाशी + निळे) एकूण लहान चौरसांची संख्या $=(1+3=5+7+9) = 25 = 5^2$

6 सेमी 6 सेमी मध्ये (तपकिरी + हिरवे + तांबडे + पिवळे + आकाशी + निळे + जांभळे) एकूण लहान चौरसांची संख्या $=(1+3=5+7+9+11) = 36 = 6^2$

———— इत्यादी.

निष्कर्ष (अनुमान) ः

याचप्रमाणे आणखी पुढे गेल्यास n सेमी n सेमी भागात एकूण लहान चौरसांची संख्या = $1+3=5+7+9+11+\text{————}+(2n-1) = n^2$ मिळते.

यावरून आपण पुढीलप्रमाणे निष्कर्ष काढू.

पहिल्या n नैसर्गिक विषम संख्यांची बेरीज $=n^2$

कृति- 13

शीर्षक ः पहिल्या n नैसर्गिक संख्यांची बेरीज काढणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) नैसर्गिक संख्या व त्यावरील त्रिज्या.

(ii) चौरस आणि आयत यांचे क्षेत्रफळ.

उदिदष्टे ः ही कृती प्रत्यक्ष केल्यानंतर विद्यार्थी, ... पहिल्या n नैसर्गिक संख्यांची बेरीज मिळवू शकतो.

आवश्यक साहित्य ः

(i) जाड कागद (आयताकृती)

(ii) पट्टी,पेन्सिल आणि खोड रबर

(iii) रंगांची पेटी/ विविध रंगांचे बॉल पेन.

(iv) कंपास पेटी

(v) कात्री/ कटर (सुरी).

पूर्वतयारी ः

(i) आयताकृती जाड कागदातून 10 सेमी $\times$ 11 सेमी असा ABCD आयत कापून घ्या.

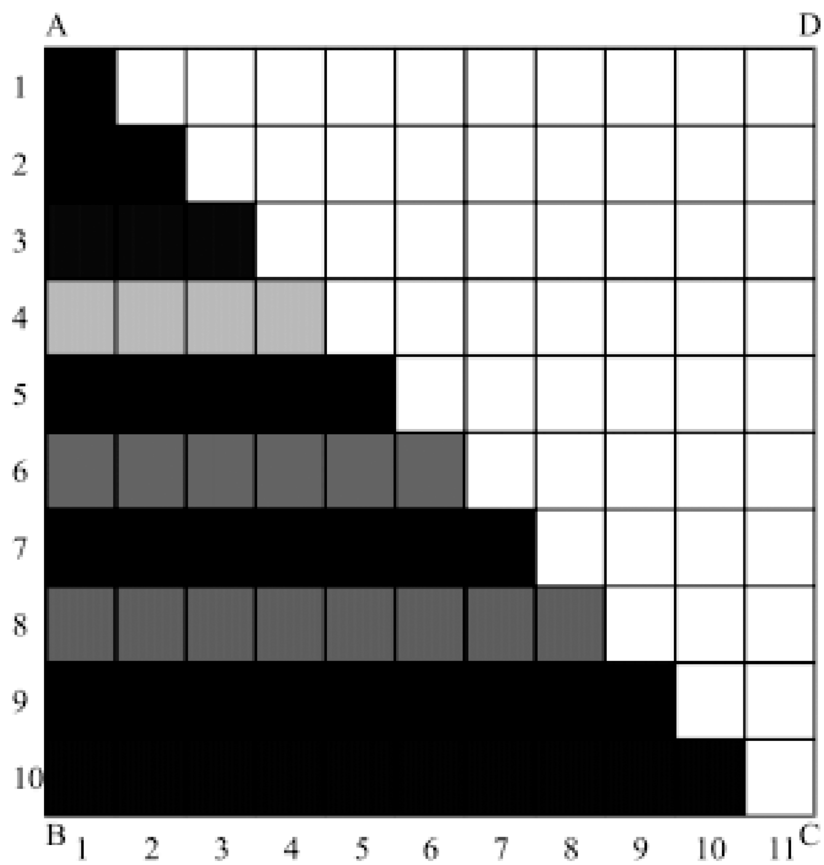


Fig. (i)

(ii) ABCD या आयतात 1 सेमी अंतराने आडव्या व उभ्या रेषा काढा. यामुळे आयत ABCD चे 1 सेमी 1 सेमी मापाचे लहान चौरसात विभाजन होईल. }आ.(i) पहा]

(iii) उभ्या चौरसांना 1,2,3,4,————————9,10 असे क्रमांक देऊन आडव्या चौरसांना 1,2,3,4,————————9,10, 11 असे क्रमांक द्या.

(iv) डावीकडून सुरूवात करताना अगदी सर्वात वरचा 1 सेमी 1 सेमी चौरस रंगवा. नंतर क्रमाने त्याच्या खालील वाजूस 2 सेमी 1 सेमी मापाचा आयत वेगळया रंगाने रंगवा. त्याच्या खालील 3 सेमी 1 सेमी आयत वेगळया रंगात रंगवा. .... याप्रमाणेच क्रमाने लांबी वाढवत आयत काढा.व रंगवा. }आ.(i) पहा]

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

(i) आकृतीत रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ = 1 सेमी x 1 सेमी चौरसाचे क्षेत्रफळ2 सेमी x 1 सेमी आयताचे क्षेत्रफळ 10 सेमी 1 सेमी आयताचे क्षेत्रफळ = (1+2+3+————————————+10) सेमी^{2}

(ii) रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ = $^1/_2$आयत ABCD क्षेत्रफळ.

(iii) आयताचे क्षेत्रफळ = 10 सेमी x 11 सेमी

= (10 x 11) सेमी^{2}

(iv) रंगीत भागाचे क्षेत्रफळ =($\frac{1}{2}$ x 10 x 11) सेमी^{2}

विधान .(i) व (ii) वरून आपणास

1+2+3+————————————+10 = ($\frac{1}{2}$ x 10 x 11)

याचप्रमाणे आणखी पुढे गेल्यास आपण सामान्य नियम पुढीलप्रमाणे मिळवू.

1+2+3+————————————+ n = $\frac{1}{2}$ x [n(n+1)]

निष्कर्ष (अनुमान) ः

पहिल्या n नैसर्गिक संख्यांची वेरीज

= $\frac{n(n+1)}{2}$ हे सूत्र मिळाले.

कृति- 14

शीर्षक ः अंकगणित श्रेणीतील पहिल्या n पदांची बेरीज काढणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः अंकगणित श्रेणीचे ज्ञान.

उद्दिष्टे ः ही कृती प्रत्यक्ष केल्यानंतर विद्यार्थी दिलेल्या अंकगणित श्रेणीतील (A.P) पहिल्या n पदांची बेरीज काढू शकेल.

आवश्यक साहित्य ः

(i) प्लॅस्टिक पट्टया.

(ii) रंगीत जाड कागद (आयताकृती)

(iii) थर्मोकोलचा ताव (Sheet)

(iv) फेवीकोल

(v) कात्री

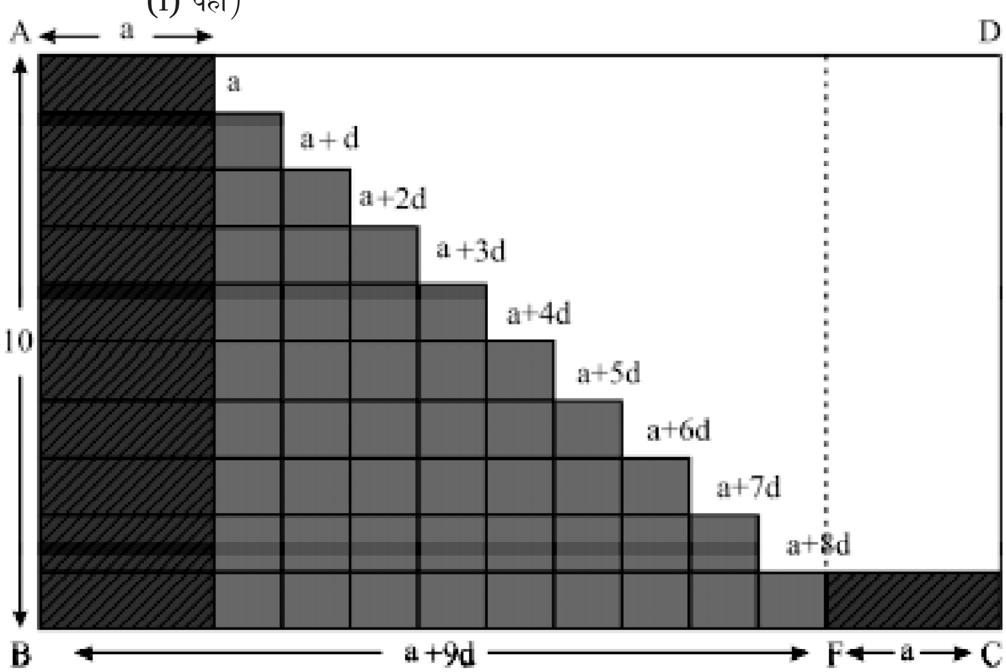
(vi)आकृती पट्टी, पेन्सिल,खोड रबर

पूर्वतयारी ः

(i) ABCD आयताकृती थर्मोकोल ताव (Sheet) घ्या.

(ii) समान (मर्यादित) लांबी असणाऱ्या प्लॅस्टिकच्या काही पट्टया तयार करा. यांना आपण 'a' नाव देऊ. तसेच दुर्सया प्रकारच्या समान लांबी असर्णाया काही प्लॅस्टिक पट्टया तयार करा. त्यांना 'd' नाव देऊ.

(iii) या पट्टयांची योग्य रीतीने मांडून त्या अशा रीतीने चिकटवा की, ज्या मांडणीमुळे आपण a,a+d,a+2d———————— + a+9d अशी पदे मिळताना आढळतील. (आकृती (i) पहा)



(iv) अंतिम पट्टीचा शेवट BC वर F बिंदूत होतो.

तसेच F ही C पर्यंत 'a' एवढया लांबीने वाढवा.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

(i) प्लॅस्टिकच्या पहिल्या पट्टीची लांबी 'a' आहे.

(ii) प्लॅस्टिकच्या दुसर्‍या पट्टीची लांबी 'a+d' आहे.

(iii) प्लॅस्टिकच्या तिसर्‍या पट्टीची लांबी 'a+2d' आहे.

(iv) प्लॅस्टिकच्या दहाव्या पट्टीची लांबी 'a+9d' आहे.

(v) पट्टयांची मांडणी जिन्याप्रमाणे दिसते.

(vi) वरील अंकगणित श्रेणीतील पदांची बेरीज=

$a+(a+d)+(a+2d)+$————————$+(a+9d)$

$= 10a+45d$

$= 5(2a + 9d)$

$= \frac{1}{2} \times 10(2a + 9d)$

$= \frac{1}{2} \times 10[2a + (10-1)d]$

$= \frac{1}{2}$ (ABCD आयताचे क्षेत्रफळ)

ची लांबी = 2a+9 आणि रूंदी = 10 एकक आहे.

निष्कर्ष (अनुमान) ः जर a, a+d, a+2d,——————a+(n-1)d ही अंकगणित श्रेणी असेल तर, पहिल्या n पदांची संख्यांची बेरीज $= \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ या सूत्राच्या साहाय्याने काढता येते.

येथे a = पहिले पद

d = साधारण फरक

n = पदाचा क्रमांक

कृति- 15

शीर्षक ः त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते हे पडताळणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) कोन आणि त्रिकोण.

(ii) कोन आणि त्रिकोण रचना.

उद्‌दिष्टे - ही कृती प्रत्यक्ष केल्यानंतर विद्यार्थी

(i) त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते याचा पडताळा घेऊ शकेल.

(ii) त्रिकोणाचे दोन कोन दिले असता त्या त्रिकोणाच्या तिसरा कोन मिळवू शकेल.

आवश्यक साहित्य ः

(i) विविध रंगांचे चकचकीत कागद

(ii) रंगीत जाड पुठ्ठा

(iii) पट्टी

(iv) पेन्सिल

(v) खोडरबर

(vi) फेव्हीकोल

(vii) कात्री/ कटर (सुरी)

पूर्वतयारी ः (कृती)

(i) नारंगी रंगाचा जाड आयताकृती पुठ्ठा घ्या.

(ii) एका पांढया कागदावर ABC त्रिकोण काढा. हा त्रिकोण कापून घ्या. आणि नारंगी पुठ्ठयावर फेवीकोलने चिकटवा. }आकृती (i) पहा]

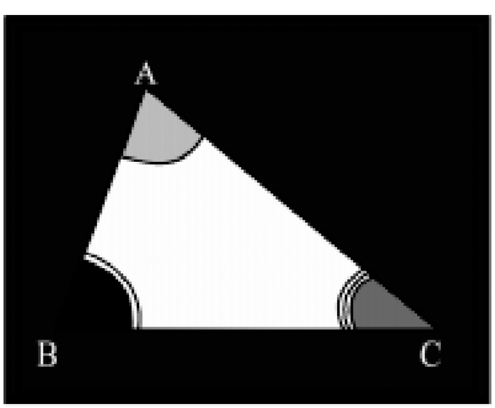


Fig. (i)

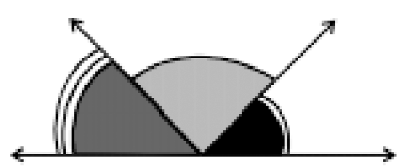


Fig. (ii)

माध्यमिक विभाग

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

(i) ΔABC चे $< BAC, < ACB$ आणि कोन $<$ CBA हे कापून घ्या. आणि ते अनुक्रमे पिवळया, करडया आणि हिरव्या रंगाच्या चकचकीत कागदाने रंगवा.

(ii) आता वरील कापलेले कोन एका जाड पुठ्ठयावर आ.(ii) मध्ये दाखविल्याप्रमाणे चिकटवा.

(iii) त्या तीन कोनापासून सरळकोन तयार होतो. असे निदर्शनास येते. तसेच त्या तीन कोनांची बेरीज 180^0 आहे हे दिसून येते.

निष्कर्ष (अनुमान) ः त्रिकोनाच्या कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते हे पडताळले गेले.

कृति- 16

शीर्षक ः त्रिकोणात समान बाजूसमोरील कोन समान असतात हे पडताळणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) त्रिकोण रचना काढणे.

(ii) त्रिकोणाची एकरूपता.

(iii) कागदाची घडी घालणे आणि जुळविणे.

उद्दिष्टे ः ही कृती प्रत्यक्ष केल्यानंतर विद्यार्थ्यांना - वरील संबोधाचे ज्ञान होईल आणि या गुणधर्माचा उपयोग करून यासंवंधी असणारी उदाहरणे सोडवू शकेल.

आवश्यक साहित्य ः

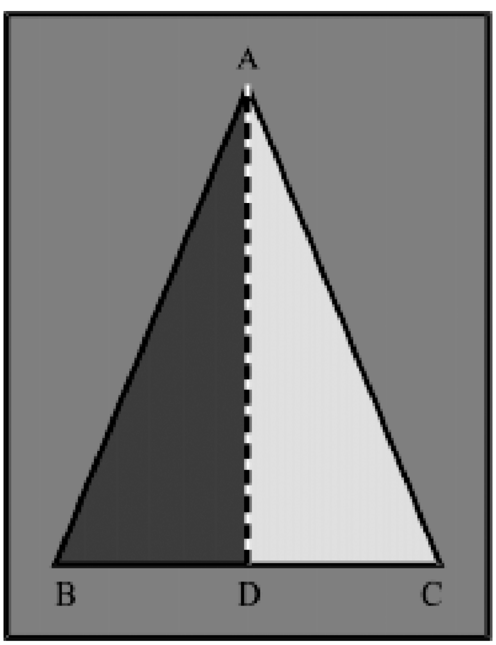
(i) 25 सेमी $\times$ 30 सेमी आकाराचा करडया रंगाचा जाड कागदाचा ताव (Sheet)

(ii) पेन्सिल

(iii) खोडरबर

(iv) फेवीकोल

(v) कात्री / कटर (सुरी)



पूर्वतयारी ः (कृती)

(i) करडया रंगाचा 25 सेमी x 30 सेमी आकाराचा पुठ्ठा एका मोठया आकाराच्या पांढया रंगाच्या पुठ्ठयावर चिकटवा.

(ii) आता या करडया रंगाच्या पुठ्ठयावर ΔABC असा काढा की ,ज्यामध्ये AB = AC आहे . तसेच या ΔABC शी एकरूप असा आणखी एक त्रिकोण पांढया रंगाच्या पुठ्ठयावर काढा.

(iii) पांढया रंगांच्या पुठ्ठयावरील ΔABC ची मध्यगा AD कागदाची घडी घालून मिळवा. (आकृती पहा).

(iv) तयार होणारे दोन अर्धभाग भिन्न रंगाने रंगवा आणि करडया रंगाच्या पुठ्ठयावरील त्रिकोणावर चिकटवा. (आकृती पहा).

(v) घडी घातलेला AD भाग पुठ्ठयावर सहज ठेवा.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

(i) पुठ्ठयावर चिकटवलेला ΔABC हा AD वर घडी घाला . (दुमडा)

(ii) C बिंदू B शी जुळेल तर बाजू AC ही AB बाजूशी जुळेल अशा प्रकारे घडी घातली असता CD ही BD शी जुळेल आणि ABC = $\angle$ACB हे सुध्दा दिसेल.

निष्कर्ष (अनुमान) ः 'त्रिकोणामध्ये समान बाजूसमोरील कोन समान असतात' याचा पडताळा झाला.

कृति- 17

शीर्षक ः मध्यविंदू प्रमेयाचा पडताळा घेणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) समांतर रेषा माहित असणे.

(ii) समांतरभुज चौकोन माहित असणे.

(iii) दिलेला चौकोन समांतरभुज आहे का? यासाठी असणारे निकष (कसोटया).

उद्दिष्टे ः ही कृती प्रत्यक्ष केल्यानंतर विद्यार्थ्याला खालील गोष्टी माहित होतील.

(i) या गुणधर्माचे (प्रमेयाचे) गुणधर्म जाणणे.

(ii) या गुणधर्मावर आधारित प्रश्न सोडविणे.

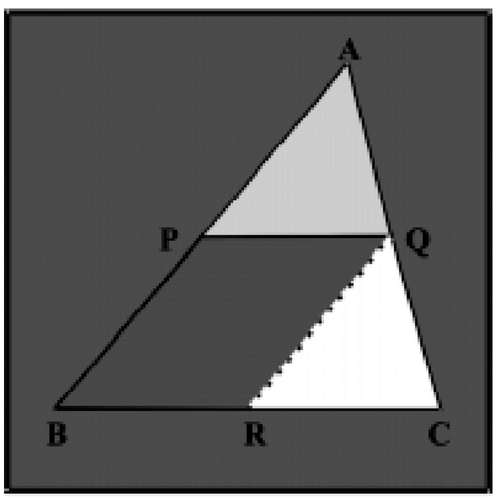


Fig. (i)

आवश्यक साहित्य ः

(i) नारिंगी रंगाचा जाड पुठ्ठा.

(ii) पांढरे तसेच रंगीत कागदाचे ताव (Sheet)

(iii) डिंक (गोंद) / फेवीकोल

(iv) कात्री / कटर (सुरी)

(v) कंपास पेटी

(vi) पेन्सिल आणि स्केच पेन.

(vii) पट्टी आणि खोड रवर.

पूर्वतयारी ः

(i) नारिंगी रंगाच्या जाड पुठ्ठयातून 25 सेमी $\times$ 20 सेमी आकाराचा एक चौरस कापून घ्या.

(ii) एका कागदाच्या तावावर ΔABC काढून तो कापा.

(iii) AB आणि AC बाजूचे अनुक्रमे P आणि Q हे मध्यविंदू कागदाची घडी घालून मिळवा. (PQ जवळ दुमडून मिळवा.)

(iv) ΔABC च्या भागाचा ΔAPQ कापून घ्या व तो कापलेला भाग (ΔAPQ) हा AQ QC वर जुळेल. आणि त्याचवेळी QP हा CB शी जुळेल. (आ. (i) पहा)

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

$\Delta APQ \cong \Delta QRC$

$AP = QR = \frac{1}{2}AB = PB$

आणि $< APQ = < QRC = < PBC;$

$< PBC + < QRB = 180^{o}$

PQRB हा समांतरभुज चौकोन होईल.

$\therefore$ PQ // BC

निष्कर्ष (अनुमान) ः त्रिकोणात दोन बाजूंचे मध्यविंदू जोडणारा रेषाखंड त्या त्रिकोणाच्या तिर्सया बाजूला समांतर असून तिच्या निम्मा असतो.

कृति- 18

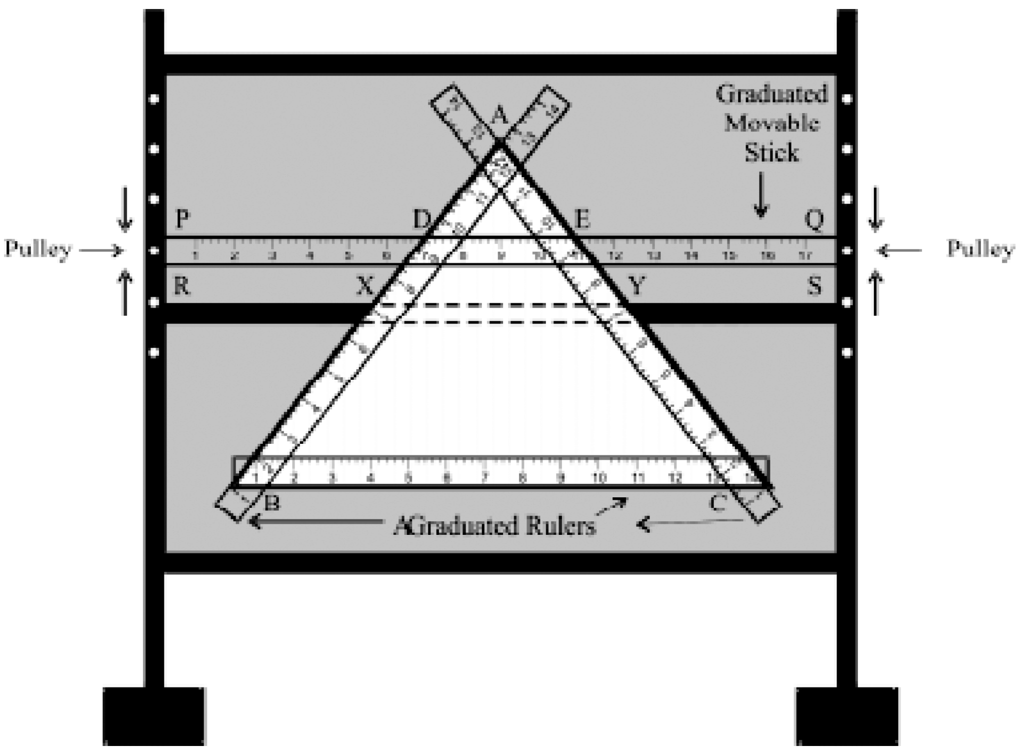
शीर्षक : प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय पडताळणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान : (i) समांतर रेषांचे ज्ञान आणि समांतर रेषांची रचना.

(ii) त्रिकोणाविषयी माहिती,त्रिकोणी पृष्ठभाग आणि त्रिकोण रचना.

(iii)गुणोत्तर /प्रमाण याचा संबोध माहित असतो.

उद्दिष्टे - ही कृती प्रत्यक्ष केली असता विद्यार्थी - या प्रमेयाचे विशिष्ट परिस्थितीत प्रात्यक्षिक करून स्पष्ट करू शकेल.



(i) या प्रमेयाचे गुणधर्म जाणणे.

(ii) या गुणधर्मावर आधारित प्रश्न सोडविणे.

आवश्यक साहित्य :

(i) खाचा असणारे स्टॅंड की ज्यामुळे कोणताही गज (rod) आपणास कप्पीच्या साहाय्याने व्यवस्थित घट्ट बसविणे शक्य होईल. (आकृती पहा)

(ii) पिवळया रंगाचा लाकडी फलक (फळा)

(iii) त्रिकोणी पुठ्ठा.

(iv) खुणा असणांया मापन पट्ट्या (किमान 4)

(v) स्क्रु आणि स्क्रु ड्रायव्हर.

(vi) गोंद (डिंक) / फेवीकोल

(vii) स्केच पेन सेट.

(viii) कप्पींचा सेट (Pulleys)

(ix) कात्री

(x) भिन्न आकाराचे खिळे (कप्पी खाचेत बसविण्यासाठी)

पूर्वतयारी :

(i) एक लाकडी पिवळा फळा स्क्रू वापरून स्टॅंडवर घट्ट बसवा.

(ii) स्टॅंडला खिळयांच्या साहाय्याने कप्पी बसवा.

(iii) एका जाड पुठ्ठयापासून Δ आकार कापून घ्या. त्यास ΔABC नाव द्या. आणि हा पुठ्ठा लाकडी फळयावर चिकटवा.

(iv) खुणा असलेल्या तीन पट्टया हया ΔABC बाजूंना जुळतील अशा रीतीने घट्ट बसवा. (पाया BC)

(v) आता एक सरळ मोजपट्टी कप्पी वापरून अशी बसवा की ती पाया BC ला समांतर असून ती पट्टी पायाला समांतर रीतीने खाली, वर सहज सरकू शकेल.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन :

(i) PQ ही मोजपट्टी आडव्या स्थितीत घट्ट बसवा AD, BD आणि AE, CE मोजा. यासाठी ΔABC च्या बाजूशी बसविलेल्या मोजपट्टींचा उपयोग करा.

(ii) तसेच DE आणि BC यांची लांबी मोजा.

(iii) $\frac{AD}{BD}$ $\frac{AE}{CE}$ यांच्या किंमती काढा.

(iv) तुम्हास $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ समान आढळेल.

(B) आडवी मोजपट्टीची स्थिती बदला. समजा R,Q ठिकाणी असताना पुन्हा पुढील गुणोत्तरांच्या किमती काढून पडताळा घ्या.

ती गुणोत्तर $\frac{AX}{XB}$ व $\frac{AY}{YC}$, ($\because$ x व y हे बिंदू अनुक्रमे AB आणि AC बाजूवर आहेत.)

आता या नवीन स्थिती असताना सुध्दा गुणोत्तरे समान आढळतील.

अशाप्रकारे प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय पडताळता येते.

निरीक्षण : तुम्ही पुढील पडताळा घेऊ शकता.

i) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ आणि

ii) $\frac{AX}{AB} = \frac{AY}{AC} = \frac{XY}{BC}$

अनुमान : त्रिकोणामध्ये एका बाजूला समांतर काढलेली रेषा इतर दोन बाजूंना दोन भिन्न बिंदूत छेदत असेल तर, त्या बाजूंचे होणारे भाग प्रमाणात असतात.

कृति- 19

शीर्षक ः पायथागोरस प्रमेयाचा पडताळा घेणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) त्रिकोण आणि त्रिकोणाचे प्रकार माहित असणे.

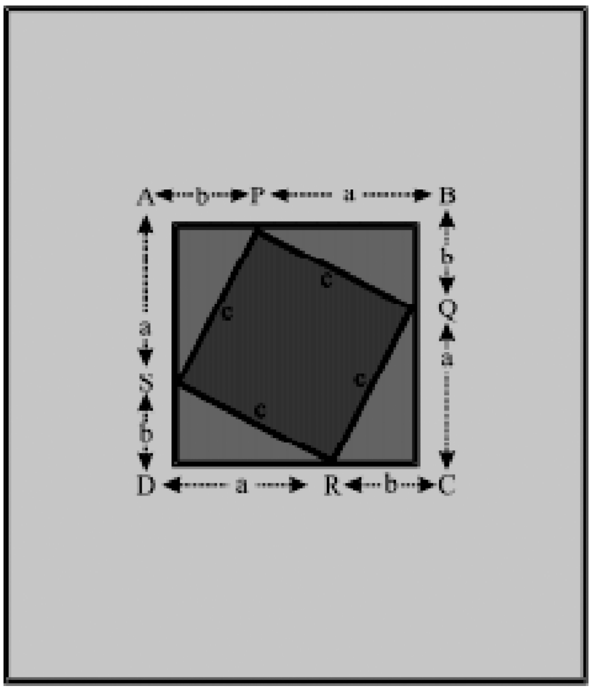
(ii) त्रिकोणांची समरूपता.

(iii) गुणोत्तर प्रमाणाचा संबोध जाणता येणे.

उद्दिष्टे - ही कृती प्रत्यक्ष केली असता विद्यार्थी

(i) दिलेल्या त्रिकोणातून काटकोन त्रिकोण ओळखू शकेल

(ii) हा गुणधर्म (प्रमेय) योग्य ठिकाणी वापरून उदाहरणे सोडवू शकेल.



आवश्यक साहित्य ः

(i) पिवळया रंगाचा जाड पुठ्ठा

(ii) भिन्न भिन्न रंगाचे कागद.

(iii) पेन/मार्कर.

(iv) फेविकोल

(v) पेन्सिल/ शार्पनर

(vi) खोड रबर

(vii) ड्राईंग पिना.

पूर्वतयारी ः

(i) 10 सेमी $\times 10$ सेमी आकाराचा जाड पिवळा पुठ्ठा कापून घ्या.

(ii) नारिंगी रंगाचा कागद घेऊन त्यावर (a+b) बाजू असणारा चौरस $ABCD$ काढा. (येथे a=3 सेमी आणि b=1 सेमी)

(iii) AB, BC, CD आणि DA या बाजूवर अनुक्रमे P, Q, R आणि S बिंदू असे घ्या की,
$AP = BQ = CR = DS = b$ (1 सेमी)

(iv) ABCD हा चौरस पिवळया रंगाच्या पुठ्ठयावर चिकटवा.

(v) चौरस PQRS ची बाजू PQ (किंवा QR=C मानू) असून तो हिरव्या रंगाच्या कागदावर केला आहे ,असा चौरस नारिंगी रंगाच्या चौरसावर चिकटवा.

प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः

(i) चौरसाचे क्षेत्रफळ = $(a+b)^2$ चौ. एकक = (a^2+b^2+2ab) चौ. एकक.

(ii) PQRS चौरसाचे क्षेत्रफळ = C^2

(iii) नारिंगी रंगाचे तयार झालेले चार ठिकाणी भाग हे एकरूप आहेत. (बाबाबा) म्हणून ते समक्षेत्र आहेत.

त्यांचे एकूण क्षेत्रफळ $= 4\times \left[\frac{1}{2} \times ab\right] = 2ab$ चौ. एकक

आता ABCD चौरसाचे क्षेत्रफळ = PQRS चौरसाचे क्षेत्रफळ + 4 नारिंगी त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ.

$a^2+b^2+2ab= c^2 + 2ab$

$a^2+b^2= c^2$ मिळते, की ज्यामुळे पायथागोरस प्रमेयाचा पडताळा होतो.

अनुमान ः

(i) कोणत्याही काटकोन त्रिकोणात कर्ण वर्ग हा त्याच त्रिकोणातील उरलेल्या दोन बाजूंच्या वर्गाच्या बेरजेएवढा असतो.

(ii) ज्या तीन बाजूंपासून काटकोन त्रिकोण तयार होतो, त्यांना पायथागोरस त्रिके असे म्हणतात.

उदा. **a) 3,4,5** **b) 5,12,13**

c) 7,24,25 इ.

(iii) पायथागोरस प्रमेयाचा व्यत्यास सुध्दा सत्य आहे. म्हणजेच जर $c^2 = a^2 + b^2$ हे त्रिकोणातील बाजंकरिता सत्य होत असेल तर तो काटकोन त्रिकोण असतो, ज्यामध्ये $\angle C$ हा काटकोन आहे. येथे $a = BC, b = AC$ आणि $C = AB$ आहे.

कृति- 20

शीर्षक ः दोन समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळ व संगत बाजूंचे गुणोत्तर या मधील संबंध पाहणे.

अपेक्षित पूर्वज्ञान ः (i) त्रिकोणांचे क्षेत्रफळ

(ii) समरूपता संबोध.

उदिदष्टे ः ही कृती प्रत्यक्ष केली असता विद्यार्थी,

सदरचा गुणधर्म वापरून त्यासंबंधी भूमितीतील प्रश्न सोडवू शकेल.

आवश्यक साहित्य ः

(i) रंगीत जाड पुठ्ठा

(ii) रंगीत आणि आखीव कागद

(iii) कात्री

(iv) फेविकोल/गोंद

(v) स्केच पेन सेट

(vi) मोज पट्टी

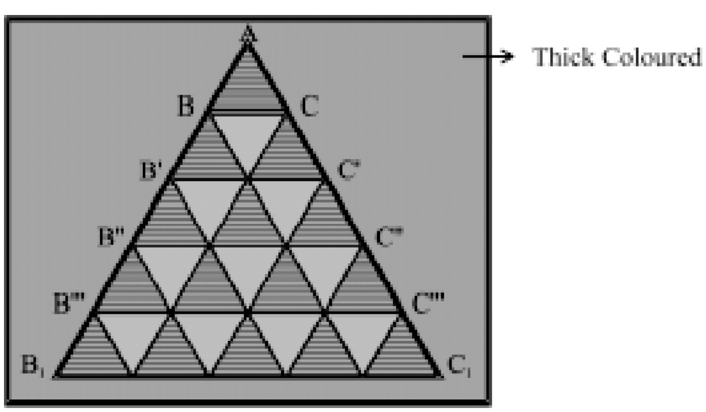
(vii) कंपास पेटी

(viii) ड्रॉईंग पिना

(ix) मार्कर पेन

पूर्वतयारी ः

(i) एक रंगीत जाड पुठ्ठा घेऊन त्यावर 5 सेमी बाजू असलेला समभुज त्रिकोण काढा. (AB_1C_1) यासाठी मोजपट्टी,कंपास आणि मार्कर पेन वापरा.



(ii) ΔAB_1C_1 ची प्रत्येक बाजू समान 5 भागात विभागणी करा. या खुणातून AB_1C_1 च्या प्रत्येक बाजूला समांतर रेषा काढा. यामुळे एकूण 25 लहान त्रिकोण तयार होतील आणि हे सर्व एकरूप असून समभुज Δ आहेत.

(iii) आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे पिवळया कागदाचे व आखीव कागदाचे लहान त्रिकोण चिकटवा.

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta AB'C')} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{(BC)}{(BC)}^2 = \left(\frac{BC}{BC}\right)^2$$

तसेच $\dfrac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta AB''C'')} = \dfrac{1}{9} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 = \left(\dfrac{BC}{B''C''}\right)^2$

वरीलप्रमाणेच $\dfrac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta AB''C'')} = \dfrac{1}{16} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 = \left(\dfrac{BC}{B''C''}\right)^2$

आणि $\dfrac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta AB1C1)} = \dfrac{1}{25} = \left(\dfrac{1}{5}\right)^2 = \left(\dfrac{BC}{B1C1}\right)^2$

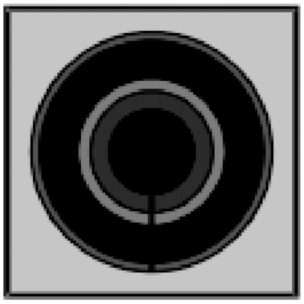
अनुमान ः समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर संगत बाजूंच्या वर्गांचे गुणोत्तर याचा पडताळा झाला.

कृति- 21

- **शीर्षक** : वर्तुळाचे क्षेत्रफळ काढणे.
- **पूर्वज्ञान** : (i) क्षेत्रफळ संकल्पना
  (ii) वर्तुळ आणि वर्तुळाशी संबंधित संज्ञा
- **उद्दिष्टे** :
  विद्यार्थी वर्तुळाचे क्षेत्रफळ सांगू शकेल. जेथे आवश्यक तेथे त्याचा वापर करू शकेल.
- **साहित्य :**

(i) वेगवेगळया रंगाचे दोरे
(ii) कंपास
(iii) पेन्सिल
(iv) कात्री
(v) फेव्हिकॉल
(vi) जाडा कार्डबोर्ड शीट

2(a)

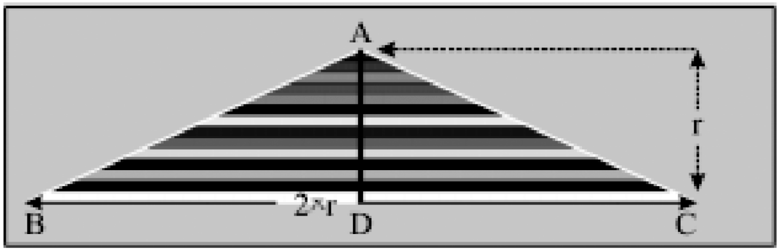


(i)

- **कृतीची तयारी :**

(i) 15cm X 15 cm चा कार्ड बोर्ड कापा.
(ii) आकृती 1 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे वर्तुळे काढा.
(iii) आकृती I मध्ये दाखवल्याप्रमाणे वेगवेगळया वर्तुळांवर वेगवेगळया रंगाचे दोरे लावा.

2(b)



(ii)

(iv) सर्वात आतील दोऱ्यापासून बाहेरपर्यंत वर्तुळे कापा आणि आकृती (ii) मध्ये दाखवल्याप'माणे रचना करा.

- **प्रात्यक्षिक व उपयोग :-**

समजा 4 ही सर्वात बाहेरील वर्तुळाची त्रिज्या आहे. ∴ पाया BC ची लांबी = $2\pi r$ एकक होईल. Δ ABC ची उंची AD = r एकक

वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = ABC चे क्षेत्रफळ = Δ ABC चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2}$ BC x AD

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$$

$$= \pi r^2$$

- **निरीक्षण :**

(i) आकृती दोनमध्ये तयार केलेले त्रिकोण अंदाजे आहेत.

(ii) कोठेही कागदाचा अपव्यय नाही असे समजल्यास कापलेल्या दो-याचे क्षेत्रफळ = वर्तुळाचे क्षेत्रफळ

निष्कर्ष : वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = πr^2

कृति- 22

- **शीर्षक :**

  चक्रीय चौकोनाचे समोरासमोरील कोन पूरक असतात हे दाखवणे.

- **पूर्वज्ञान :**

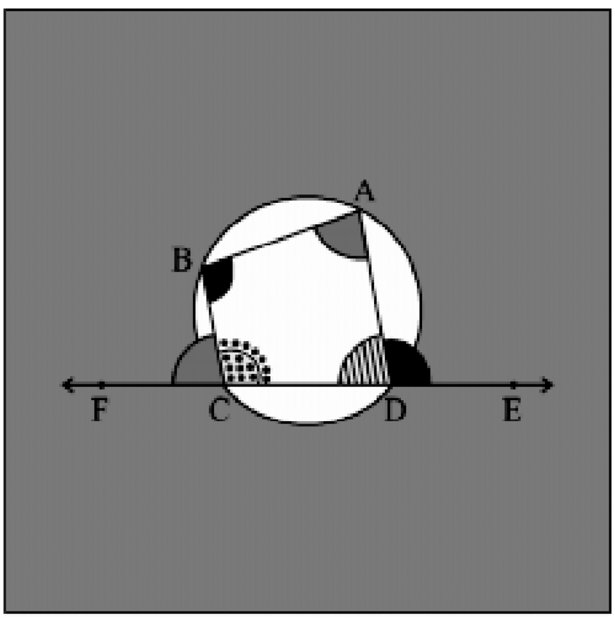
  चक्रीय चौकोनाची संकल्पना

- **उद्दिष्ट :**

  वरील गुणधर्म दर्शविण्यासाठी प्रतिकृती तयार करणे.

- **साहित्य :**

  एक कार्डबोर्ड, ड्रॉइंग पिन, चकाकी असणारा कागद, स्केचपेन, फेव्हिकॉल, कात्री



- **कृतीची तयारी :**

(i) 5 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ कापा. त्यावर पिवळया रंगाचा चकचकीत कागद चिकटवा.

(ii) या चकचकीत कागदावर ABCD हा चक्रीय चौकोन काढा. बाजू CD, E पर्यंत व दुस-या बाजूस F पर्यंत वाढवा. त्यामुळे $< ADE$ व $< BCF$ हे बाहयकोन तयार झाले.

(iii) $< A$ व B चा कोन कापा. $< BCF$ आणि $< ADE$ वर ठेवा.

(iv) तुम्हाला असे दिसेल की $< D + < ADE = 180^0 = < D + < B$

आणि $< C + < BCF = 180^0 \Longrightarrow < A + < C = 180^0$

- **प्रात्यक्षिक व उपयोग :-**

या प्रतिकृतीचा उपयोग –

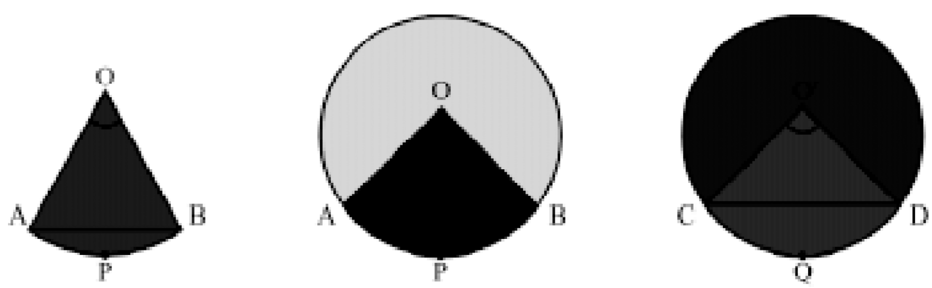
(i) चक्रीय चौकोनाचे समोरासमोरील कोन पूरक असतात.

(ii) चक्रीय चौकोनांचा बाहयकोन त्याच्या आंतर विरूध्द कोनावरोबर असतो.

कृति- 23

- **शीर्षक ः** वर्तुळातील समान लांबीच्या जीवा केंद्राशी समान मापाचा कोन करतात हे सिध्द करणे.
- **पूर्वज्ञान ः** (i) वर्तुळाशी संबंधित संज्ञा
  (ii) त्रिकोणाची एकरूपता
- **उद्दिष्टे ः** ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थी केलेल्या कृतीचा निष्कर्ष सांगू शकतो.
- **साहित्य ः** (i) रंगीत कागद (ii) स्केचपेन (iii) पेन्सिल पट्टी (iv) रबर (v) कात्री
  (vi) फेव्हिकॉल

- **कृतीची तयारी ः**
  (i) दोन एकरूप (एकाच त्रिज्येची) वर्तुळे काढा. एक पिवळया कागदावर, एक हिरव्या कागदावर त्यांच्या केंद्'ांना 0, 0^1 अशी नावे द्या.
  (ii) पिवळया कागदावर जीवा AB आणि हिरव्या कागदावर जीवा CD काढा.
  $AB \cong CD$
  (iii) A,O, B, O, आणि C, O^1, व D, O^1 जोडा.



- **प्रात्यक्षिक आणि उपयोजना :-**
  (i) A (OBP) हा पिवळया कागदावरील वर्तुळ खंड कापा आणि वर्तुळखंड A(OBP) हिरव्या कागदावरील CO^1, DQ वर ठेवा.
  (ii) A (OBP), CO^1DQ ला पूर्ण झाकेल म्हणजेच $< AOB < CO^1D$
- **निष्कर्ष :-** एकरूप वर्तुळाच्या एकरूप जीवा केंद्राशी समान मापाचा कोन करतात.
- **उपयोजन :-** एकरूप कोनांनी केलेले कंसही एकरूप असतात हे तुमच्या लक्षात येईल.

कृति- 24

- **शीर्षक** ः समलंब चौकोनाच्या क्षेत्रफळाचे सूत्र तयार करणे.
- **पूर्वज्ञान** ः समलंब चौकोन व त्याचे घटक माहित असणे.
- **उद्दिष्टे** ः ही कृती पूर्ण केल्यावर विद्यार्थी समलंब चौकोनाच्या क्षेत्रफळाचे सूत्र सांगू शकेल. वेगवेगळया समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ काढू शकेल.
- आकृती

साहित्य ः (i) रंगीत कागद (ii) कंपास पेटी (iii) फेव्हिकॉल (iv) कात्री (v) थर्माकोल (vi) लाकडी बोर्ड

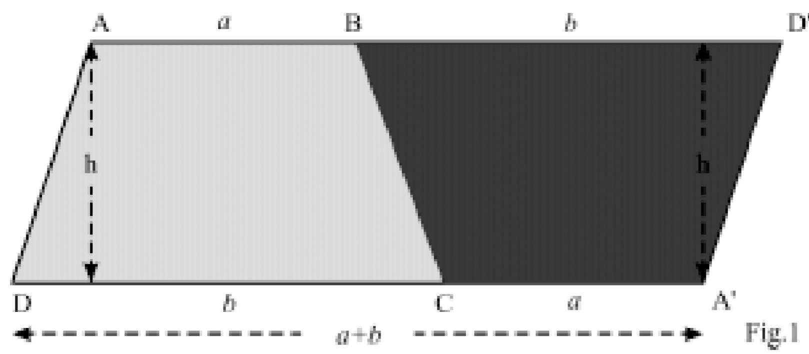


Fig.1

- **कृतीची तयारी :-**

(i) एक लाकडी बोर्ड घ्या.

(ii) दोन एकरूप समालंब चौकोन काढा. त्यांच्या समांतर बाजू a आणि b आहेत. एक समलंब चौकोन पिवळया आणि एक निळया कागदावर कापा.

(iii) आकृती मध्ये दाखवल्याप्रमाणे समलंब चौकोन लाकडी बोर्ड वर चिकटवा.

- **प्रात्यक्षिक आणि उपयोग :-**

(i) दोन्ही समलंब चौकोन एक समांतर भुज चौकोन तयार करतात. त्यांच्या समांतर बाजू a +b आहेत आणि उंची h आहे.

समांतर चौकोनाचे क्षेत्रफळ $AD^1A^1D = h\,(a+b)$

∴ समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ $\frac{1}{2}(a+b) \times h$

- **निष्कर्ष :-** समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ = (समांतर बाजूंची बेरीज)× उंची

कृति- 25

- **शीर्षक ः** घनाचे एकूण पृष्ठफळ काढणे.
- **पूर्वज्ञान ः** (i) त्रिमितिय वस्तू ओळखणे
  (ii) घनाचे गुणधर्म
- **उद्दिष्टे ः** कृती केल्यानंतर विद्यार्थी एकूण पृष्ठफळाचे सूत्र सांगू शकेल आणि त्याची आकडेमोडही करू शकेल.
- **साहित्य ः** (i) पांढरा कागद (ii) पेन्सिल आणि रबर (iii) भुमितीची साधने (iv) स्केचपेन (v) पट्टी (vi) फेव्हिकॉल

- **कृतीची तयारी ः**

(i) 8 x 2 सेमी आणि 6 x 2 सेमीचे दोन आयत काढा. असे की ते सामाईक चौरस ABCD ला छेदतील.

(ii) चौरस ABCD हा पाया घ्या आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे सहा चौरस तयार करा.

(iii) चौरस ABCD पाया ठेवून इतर चौरसांना घडी घाला. आकृती (ii)

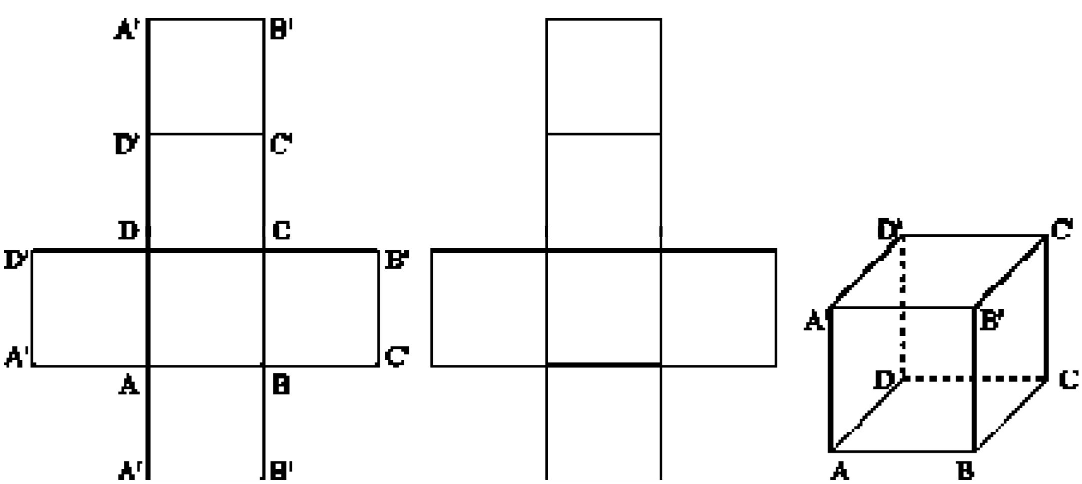


Fig. (i) Fig. (ii) Fig. (iii)

माध्यमिक विभाग

- **प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन ः**

  प्रत्येक चौरसाला त्याच्या रेघांवर घडी घाला. Fig (iii) घनाचे एकूण पृष्ठफळ म्हणजे या सहा चौरसांचे क्षेत्रफळ = 6 x बाजू^{2}

- **निष्कर्ष ः** घनाचे एकूण पृष्ठफळ = 6 x घनाच्या बाजूचा वर्ग

कृति- 26

- **शीर्षक :** वर्तुळपाकळीच्या क्षेत्रफळावरून शंकूचे वक्रपृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र तयार करणे.
- **पूर्वज्ञान :** (i) (कोन) शंकूची संकल्पना

  (ii) वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ

  (iii) वर्तुळकंसाची लांबी
- **उद्दिष्टे :** ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थी शंकूचे वक्रपृष्ठफळाचे सूत्र सांगू शकेल. जेव्हा विचारले जाई ल तेव्हा शंकूचे पृष्ठभाग काढू शकेल.

साहित्य : (i) जाड पांढरा कागद (ii) लाल कागद (iii) स्केचपेन (iv) कात्री

(v) फेव्हिकॉल

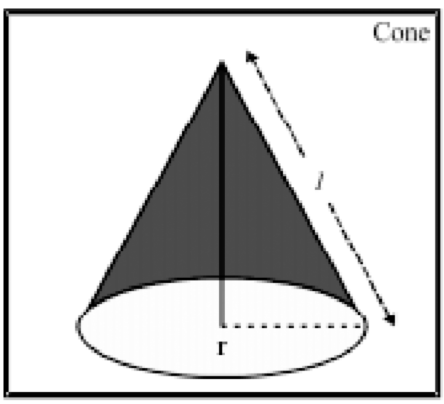


Fig. (i)

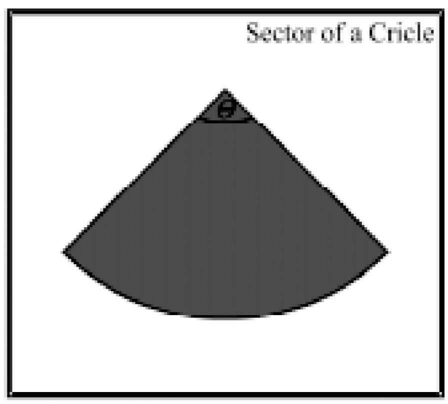


Fig. (ii)

- **कृतीची तयारी :-**

(i) r त्रिज्या व ℓ तिरकस उंची असलेला शंकू घ्या.

(ii) कात्रीने शंकूचा आकार तिरकस उंचीवर कापा.

(iii) काढलेली वर्तुळपाकळी कापून (ℓ त्रिज्या असणारी) पांढ-या कागदावर चिकटवा.

- **प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन :-**

समजा θ हा केंद्रीय कोन आहे. त्या कोनाची वर्तुळपाकळी आहे. शंकूचा परीघ वर्तुळपाकळीच्या कंसाएवढा होईल.

$\therefore 2\pi r = 2\pi \ell \frac{\theta}{360} \Rightarrow \theta = 360^0 \frac{r}{\ell}$

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = शंकूच्या वक्रपृष्ठाचे क्षेत्रफळ

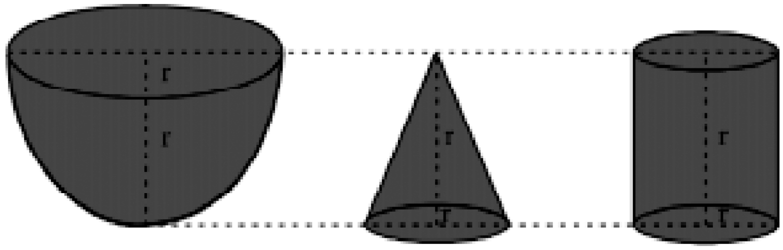
$$= \pi \ell^2 \frac{\theta}{360} = \left(\frac{\pi \ell^2}{360}\right) X\ 360\ X \frac{r}{\ell}$$

$$= \pi r \ell$$

- **निष्कर्ष :** शंकूचे वक्रपृष्ठफळ $= \pi r \ell$

कृति- 27

- **शीर्षक :** लंबवृत्तचितीचे घनफळ, त्याच त्रिज्येचा अर्धगोल आणि शंकूचे घनफळ यातील संबंध अभ्यासणे.
- **पूर्वज्ञान :** त्रिमितीय आकारांची माहिती – शंकू, लंबवृत्तचिती, अर्धगोल
- **साहित्य :** (i) प्लॅस्टीक शीट (ii) प्लॅस्टीक चेंडू (iii) फेव्हिकॉल (iv) स्केचपेन (v) वाळू
- **कृतीची तयारी :**
  (i) एक 10 सेमी त्रिज्येचा चेंडू अर्धा कापपा.
  (ii) ज्याच्या पायाची त्रिज्या 10 सेमी आहे असा शंकू प्लॅस्टीक कागदावर कापा त्याची उंची 10 सेमी असू द्या.
  (iii) 10 सेमी पाया व 10 सेमी उंची असणारी वृत्तचित्ती तयार करा.



(a) (b) (c)

- **प्रात्यक्षिक आणि उपयोग :**
  (i) शंकू वाळूने भरा आणि अर्धगोलात दोन वेळा टाका अर्धगोल वरपर्यंत भरलेला आढळेल.
  (ii) शंकू पुन्हा वाळूने भरा आणि लंबवृत्त चित्तीमध्ये तीन वेळा ओता. लंबवृत्तचिती पूर्ण भरेल.
  (iii) शंकूचे घनफळ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \, X \, r \begin{pmatrix} r = 10 \\ h = 10 \end{pmatrix}$

  $= \frac{1}{3}\pi r^3$

  अर्धगोलाचे घनफळ $= \frac{1}{3}\pi r^3 \, X \, 3 = \frac{2}{3}\pi r^3$

  लंबवृत्तचितीचे घनफळ $= \frac{1}{3}\pi r^3 \, X \, 3 = \pi r^3$

  मिळालेले गुणोत्तर $= \frac{1}{3}\pi r^3 : \pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3$

  $= 1:3:2$

कृति- 28

- शीर्षक : $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ ही नित्यसमानता पडताळणे.

- **पूर्वज्ञान** : घन आणि इष्टिकाचितीचे घनफळ

- **उद्दिष्टे** : ही कृती केल्यानंतर विद्यार्थ्यांना $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ पडताळा घेता येईल. जेव्हा गरज लागेल तेव्हा वापरता येईल.

- आकृती

साहित्य : (i) ॲक्रीलीक शीट (ii) लाकडी बोर्ड (iii) स्केचपेन (iv) चकाकीत कागद (v) कात्री (vi) डिंक / फेव्हिकॉल

- **कृतीची तयारी** :

  (i) (a-b) x a x a या मापाची इष्टिकाचिती तयार करा.
  a = 3 एकक b =1 एकक आकृती 1(a)

  (ii) दुसरी इष्टिकाचिती (a-b) x a x b = (2x3x1) घन एकक अशी बनवा.
  आकृती 1(b).

  (iii) आणखी एक इष्टिकाचिती (a-b)xbxb= (2 x 1 x 1) घन एकक अशी बनवा.

  (iv) एक घन b x b x b =(1 x 1x1) घन एकक बनवा.

  (v) a x a x a =(3 x 3 x3) असा घन ॲक्रीलिक शीटपासून बनवा. आकृती 1(e)

- **प्रात्यक्षिक आणि उपयोग** :

  सर्व इष्टिकाचिती अशा जुळवा की त्यापासून 3 x 3 x 3 चा घन तयार होईल.

  घन व इष्टिकाचितीची जुळणी केल्यावर

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ याचा पडताळा घेता येईल.

$= (a-b)X\,a\,Xa + (a-b)X\,a\,X\,b + (a=b)X\,b\,Xb + b\,X\,b$

$= (a-b)\,(a^2 + ab + b^2 + b^3$

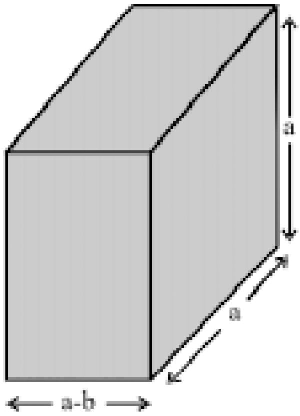


Fig.1(a)

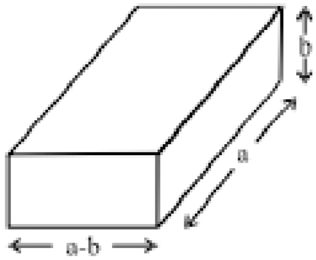


Fig.1(b)

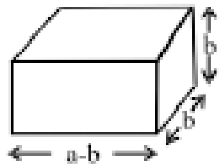


Fig.1(c)

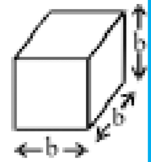
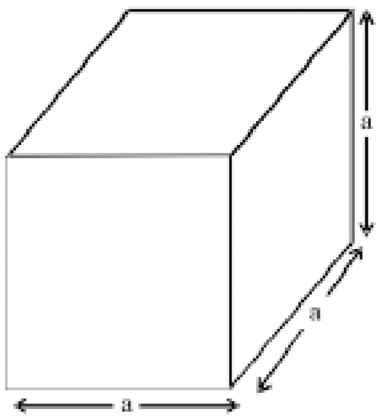
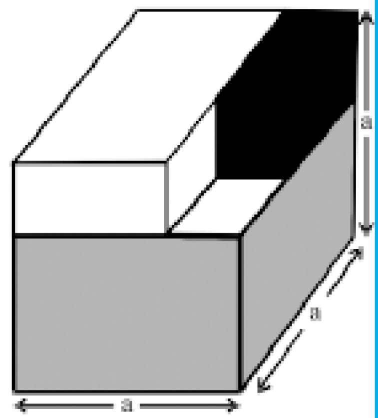


Fig.1(d)



1(e)



1(f)

$$a^3 - b^3 \cong (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

बीजगणितातील नित्यसमानतेचा पडताळा घेता येईल.

- **निष्कर्ष :-** · $\mathbf{a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)}$

कृति- 29

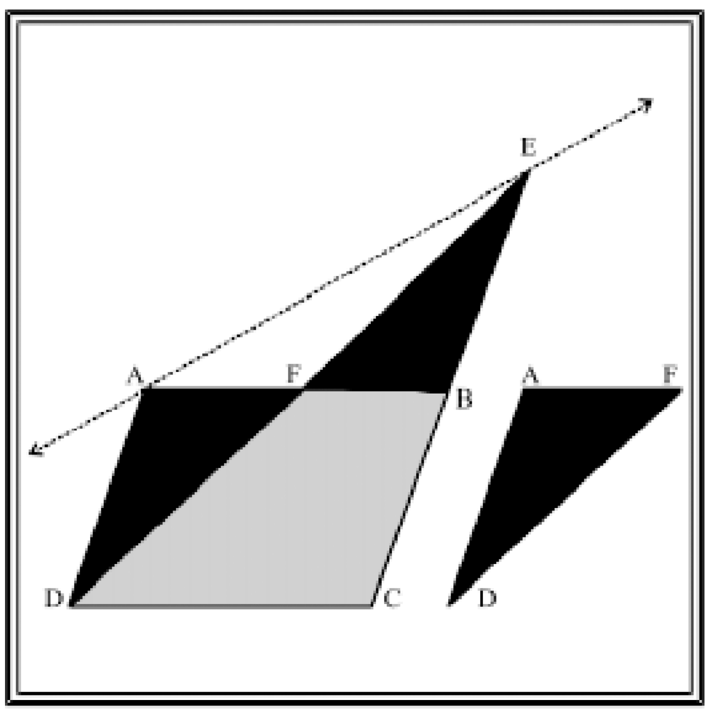
- **शीर्षक :** समांतरभुज चौकोनाच्या क्षेत्रफळाएवढे क्षेत्रफळ असणारा त्रिकोण काढणे.
- **पूर्वज्ञान :** (i) क्षेत्रफळाची संकल्पना
  (ii) समांतरभुज चौकोन आणि त्रिकोण यांचे गुणधर्म
  (iii) समांतरभुज चौकोन व त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ
- **उद्दिष्टे :** या कृतीनंतर विद्यार्थी समांतरभुज चौकोनाच्या क्षेत्रफळाएवढे क्षेत्रफळ असणारा त्रिकोण काढू शकेल.

साहित्य : (i) पांढरे आणि रंगीत कागद (ii) पेन्सिल आणि रबर (iii) भौमितिक साहित्य (iv) स्केचपेन (v) फेव्हिकॉल (vi) पांढरा चार्ट पेपर

- **कृतीची तयारी :**

(i) 15 सेमी X 10 सेमी मापाचा चार्ट पेपर घ्या.

(ii) पांढ-या कागदावर समांतरभुज चौकोन ABCD काढा. यामध्ये AB = 4 सेमी, BC = 3 सेमी आणि < ADC = 75^0



(iii) समांतरभुज चौकोनाची CD बाजू AD बाजूवर टाका आणि BD वर घडी घाला. घडीवर एक रेषा काढा.

(iv) समांतरभुज चौकोन ABCD पांढ–या कागदावर फेव्हिकॉलने चिकटवा.

(v) बिंदू A मधून BD ला समांतर AE काढा. ती वाढवलेल्या BC ला E बिंदूत मिळते. D,E जोडा.

- **प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन :**

(1) ΔBEF ला निळा रंग द्या. ΔADF ला जांभळा रंग द्या.

(2) ΔADF ची प्रतिकृती बनवा आणि ΔBEF वर असा ठेवा की, AD, BE वर पडेल आणि AF, BF वर पडेल.

(3) तुम्हाला असे दिसेल की या दोन्ही त्रिकोणांची क्षेत्रफळे समान आहेत. त्रिकोण एकमेकांवर बसतात.

(4) A [समांतरभुज चौकोन ABCD] = A [$\square$ DCBF] + A [Δ DAF]

= A [$\square$ DCBF] + A [Δ FBE]

= A (Δ DCE)

$\therefore$ समांतरभुज चौकोन ABCD चे क्षेत्रफळ DCE चे क्षेत्रफळाएवढे आहे.

माध्यमिक विभाग

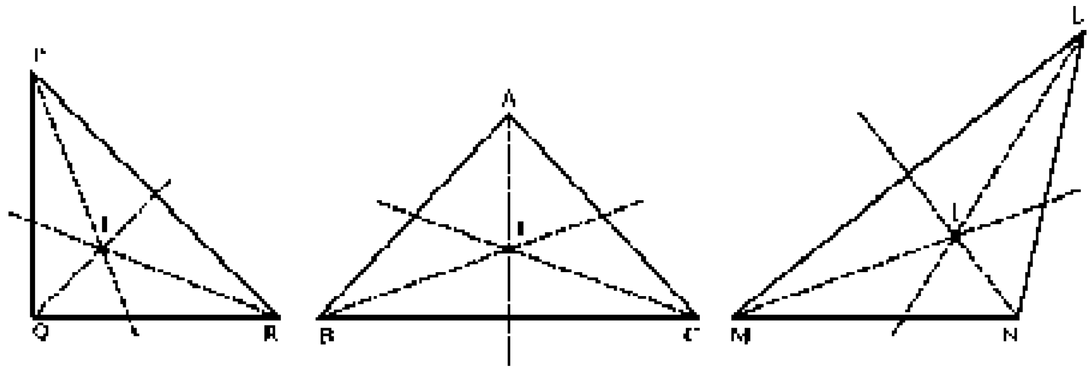
कृति- 30

- **शीर्षक :** वेगवेगळया त्रिकोणांच्या अंतवर्तुळाचे केंद्र निश्चित करणे.
- **पूर्वज्ञान :** (i) वेगवेगळया प्रकारचे त्रिकोण
  (ii) त्रिकोणांचे एक संपात विंदू
- **उद्दिष्टे :** या कृती केल्यानंतर विद्यार्थी कोणत्याही त्रिकोणाचे अंतवर्तुळ केंद्र निश्चित करू शकेल.

साहित्य : (i) पांढरे कागद (ii) कात्री/ कटर (iii) स्केचपेन (iv) पेन्सिल (v) पट्टी (vi) रवर

- **कृतीची तयारी :**

  (i) 8 सेमी X 10 सेमी मापाचे तीन कागद घ्या. एकावर विषमभुज त्रिकोण, दुस-यावर काटकोन त्रिकोण , तिस-यावर विशालकोन त्रिकोण काढा.



  (ii) कटरच्या सहाय्याने हे तिन्ही त्रिकोण कापा.

  (iii) कागदाची घडी पध्दतीने कोन दुभाजक काढा.

- प्रात्यक्षिक आणि उपयोजन :

तुम्हाला असे लक्षात येईल की तीन्ही घडया एका बिंदूत छेदतात.